

Licenciatura em Biologia

# Física para Biólogos

2019-2020

## Programa

- Física na Biologia
- **Sólidos e Fluidos**
- Electricidade
- Magnetismo
- Vibrações e Ondas
- Óptica geométrica
- Física Contemporânea (!)

Estes slides contêm imagens retiradas da web, assim como conteúdos gráficos das referências  
Physics for Scientists and Engineers, R. A. Serway & J. W. Jewett, Thomson Brooks/Cole 2004.  
Light and Matter, B. Crowell, Open Education Consortium, Creative Commons 3.0.

Licenciaturas em Biologia

# Física para Biólogos

2019-2020

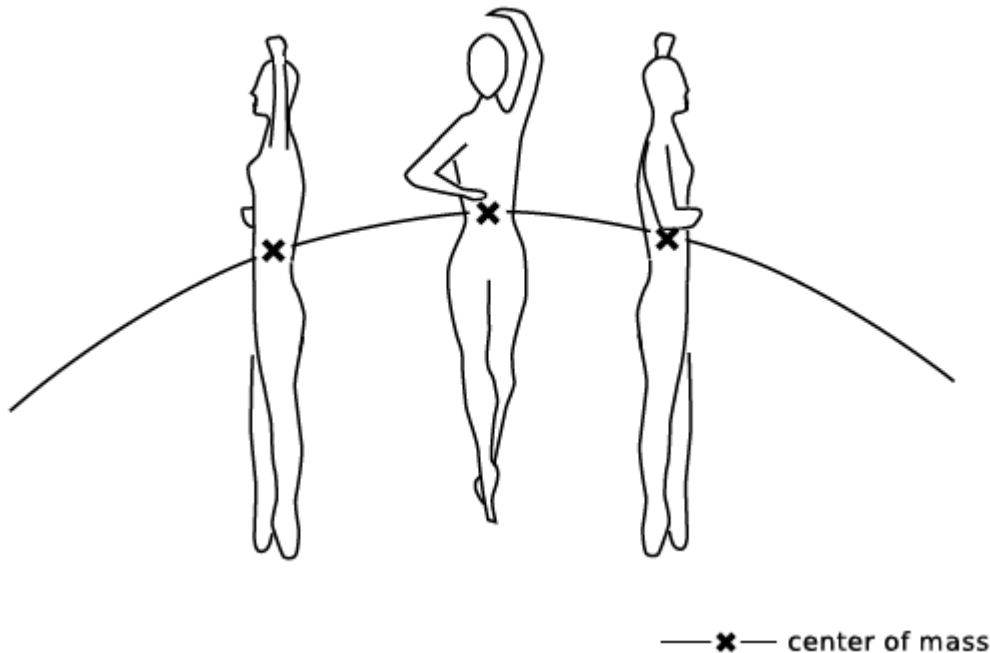
## 2- Sólidos e Fluidos

- Movimentos.
- Forças e movimentos. Conservação do momento linear.
- Trabalho e energia. Conservação de energia e energia potencial.
- Pressão. Princípio de Arquimedes.
- Tensão superficial e capilaridade.
- Escoamentos e equação de Bernoulli.
- Viscosidade.
- Movimento de insectos, aves e bactérias.
- Difusão e pressão osmótica.
- Equação de Nernst para a membrana do axónio.

## 2.1 Movimentos

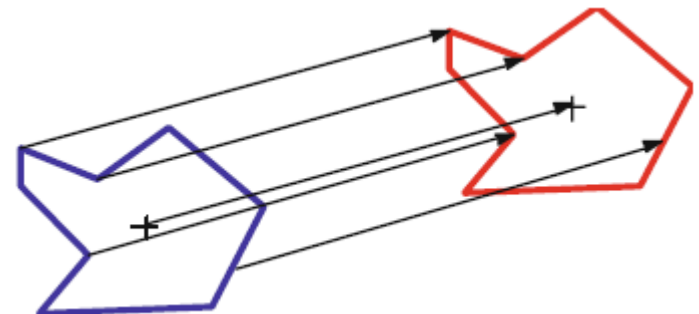
Vamos estudar o movimento de 'massas pontuais' que tomamos como representação de corpos extensos.

### Movimento de um corpo



Uma primeira descrição do movimento é o de uma massa pontual fixa em relação ao corpo.

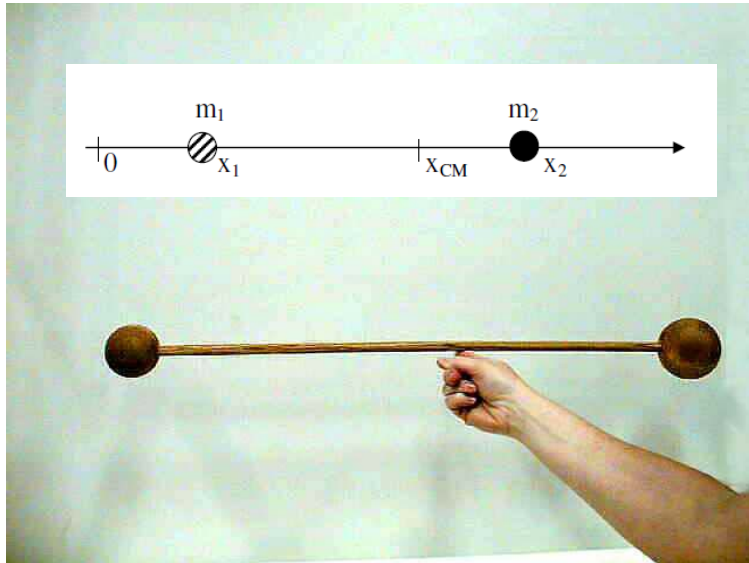
Em geral, um corpo move-se em relação à posição de um ponto que nele tomemos como referência – a exceção é o movimento de translação.



## 2.1 Movimentos

Estas 'massas pontuais' têm massa igual à massa do corpo e estão situadas no seu centro de massa.

### O que é a massa? O que é o centro de massa ?



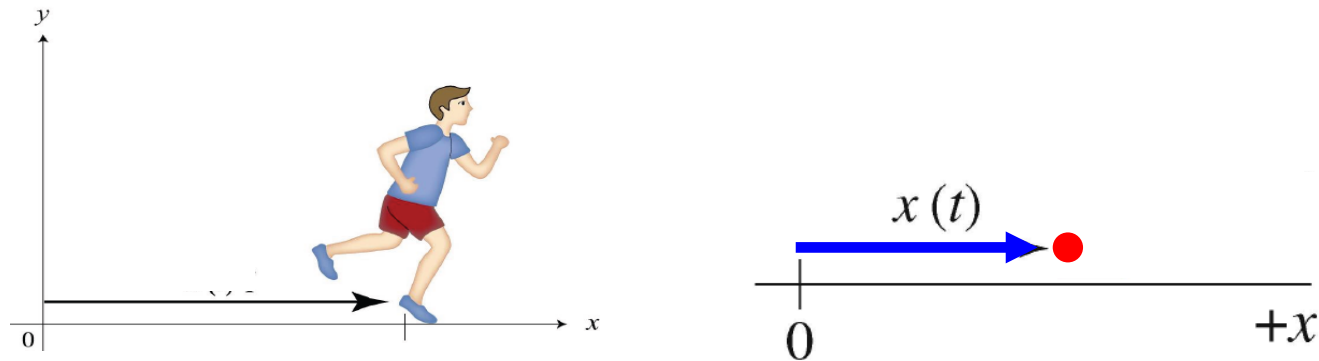
A **massa** é a propriedade física associada à gravidade, uma das interações fundamentais na Natureza, e também, como veremos, à resposta à acção de forças de qualquer tipo. O **centro de massa** é a posição média da distribuição de massa do corpo.

Em particular, o efeito global da gravidade da Terra sobre um corpo é igual ao que esta exerceria sobre a massa total do corpo situada no centro de massa.

## 2.1 Movimentos

Vamos estudar o movimentos de massas pontuais tendo em mente o que representam.

### Movimento unidimensional rectilíneo

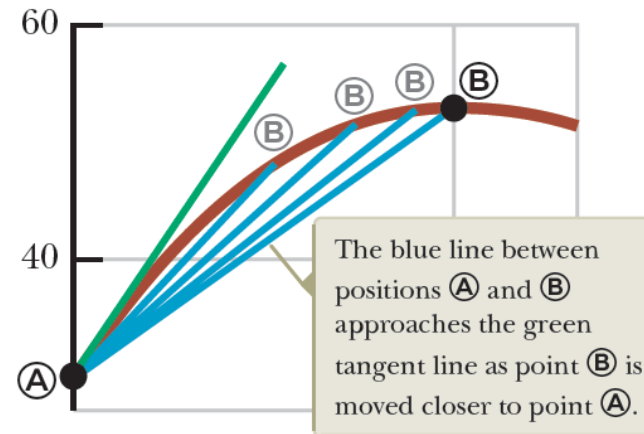
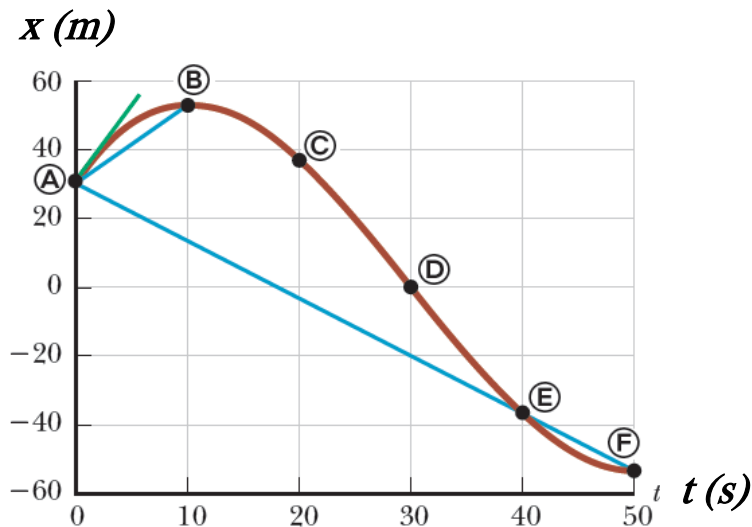


Escolhido um eixo de referência, o movimento fica descrito pela posição em função do tempo,  $x(t)$ . O **deslocamento** no intervalo de tempo  $\Delta t = t_2 - t_1$  é a variação da posição  $\Delta x = x(t_2) - x(t_1)$  nesse intervalo de tempo. A **velocidade** é a taxa de variação da posição. A **aceleração** é a taxa de variação da velocidade.

## 2.1 Movimentos

A velocidade foi definida como a taxa de variação da posição, ou seja a derivada da posição em ordem ao tempo.

### Interpretação geométrica da velocidade



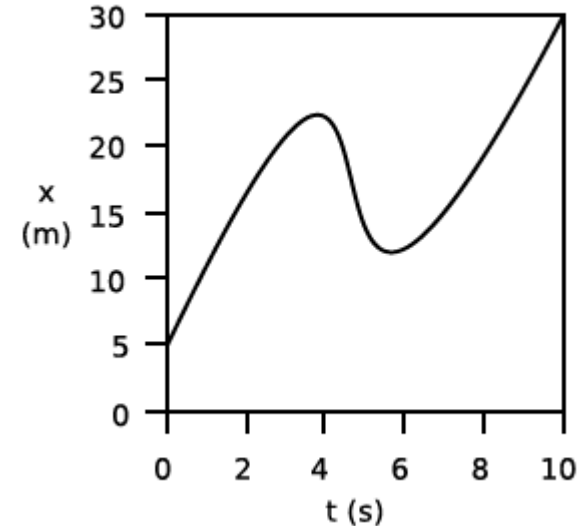
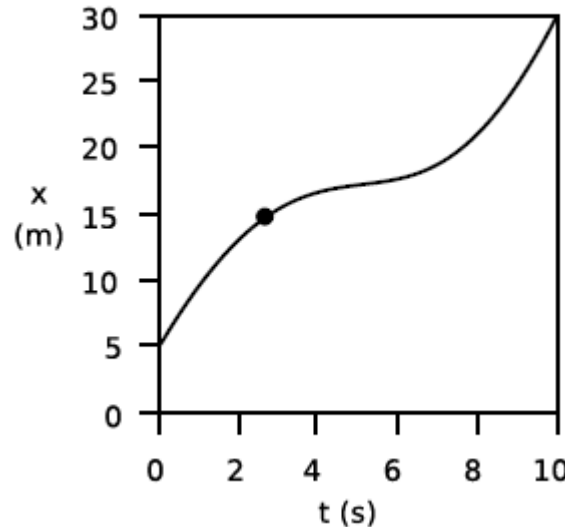
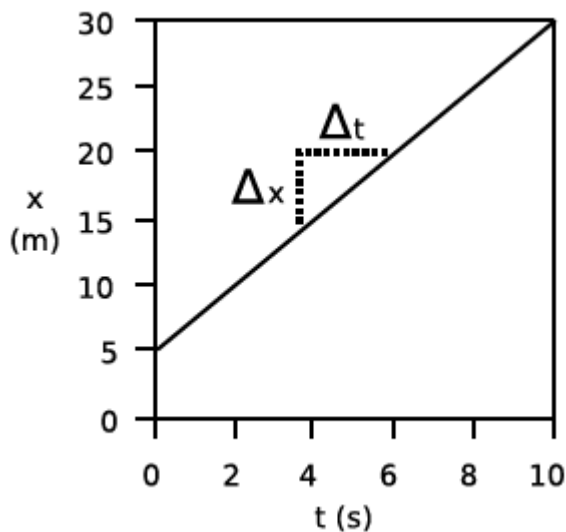
$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{(t + \Delta t) - t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = x'(t)$$

O seu valor é dado pelo declive da tangente à curva  $x(t)$ .

## 2.1 Movimentos

Assim podemos facilmente interpretar os gráficos de posição em função do tempo.

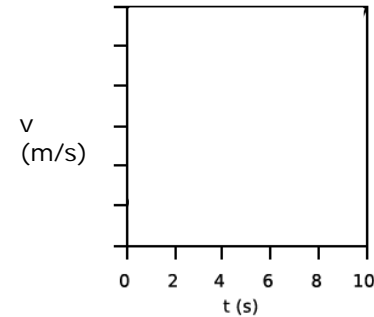
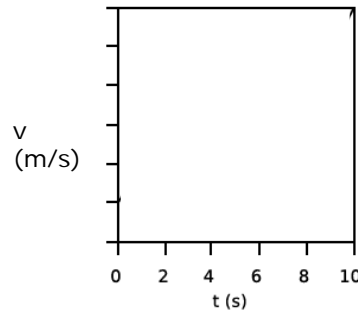
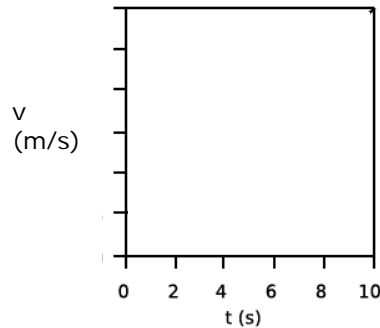
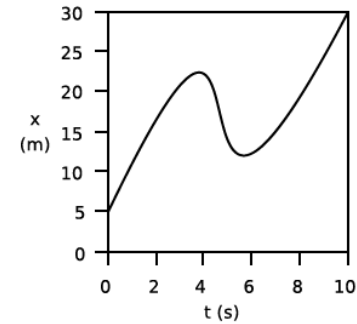
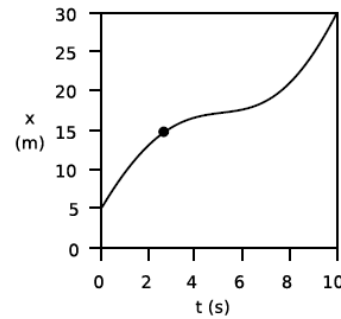
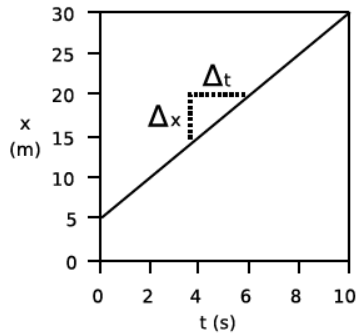
### Interpretação geométrica da velocidade



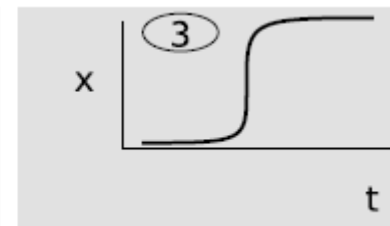
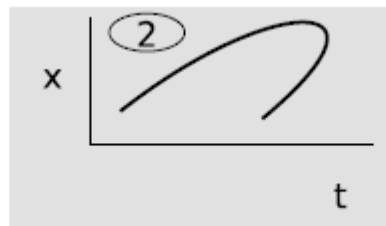
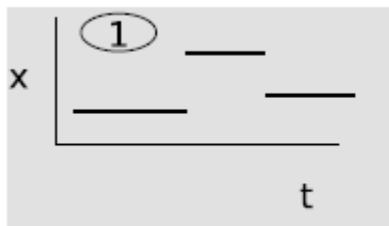
$$v(t) = \frac{dx}{dt} = x'(t)$$

A definição de velocidade permite também calcular o seu valor numérico a partir da função  $x(t)$ .

# Quiz 13 – Esboce a curva $v(t)$

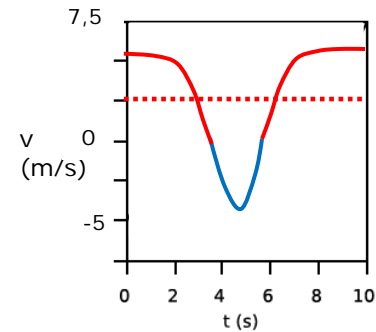
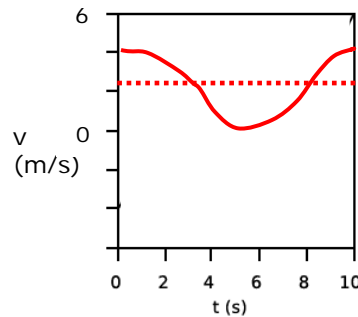
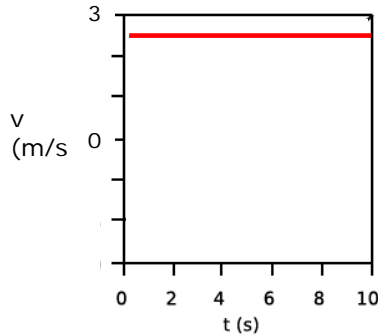
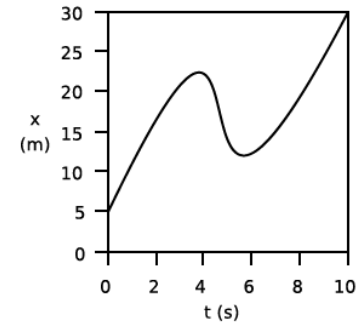
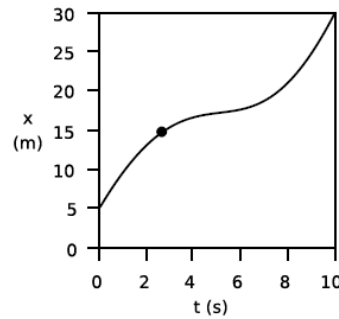
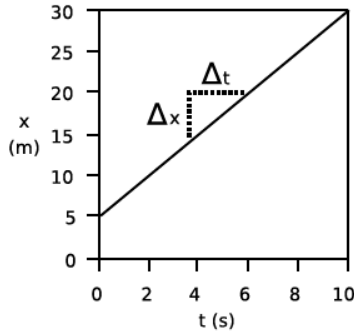


# Quiz 14 – Nem todos os gráficos podem representar trajetórias...

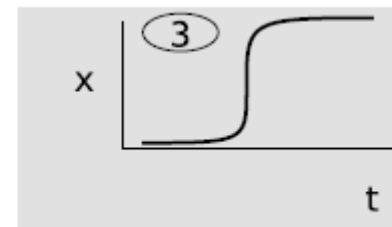
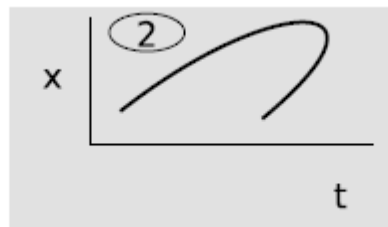
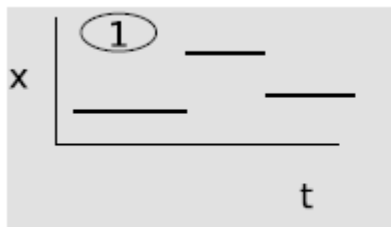




# Quiz 13 – Esboce a curva $v(t)$



# Quiz 14 – Nem todos os gráficos podem representar trajetórias...

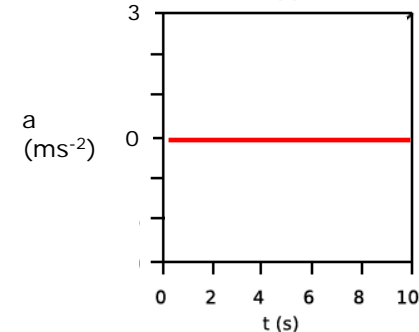
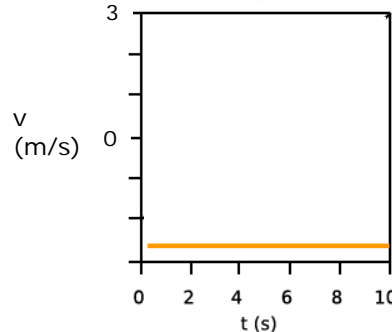
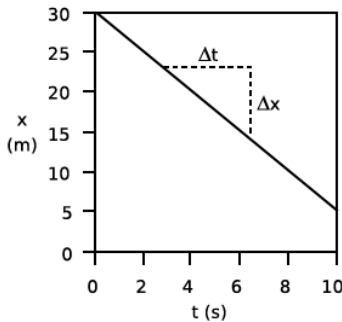
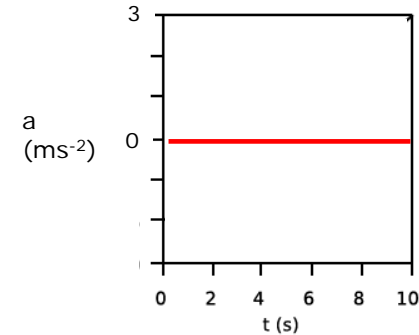
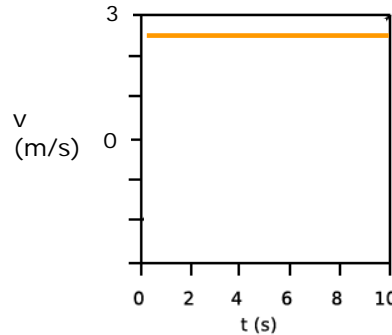
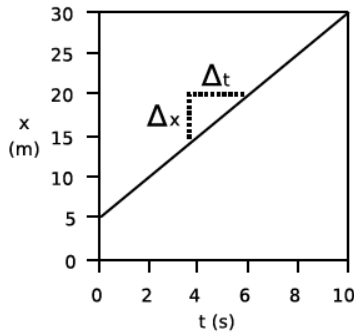


Descontinuidade-tempo a andar para trás-velocidade  $\infty$

# 2.1 Movimentos

Um caso particular muito importante é o caso em que a aceleração é nula, e a velocidade constante.

## Movimento uniforme



$$x(t) = x_0 + vt$$

$$v(t) = v = \text{const}$$

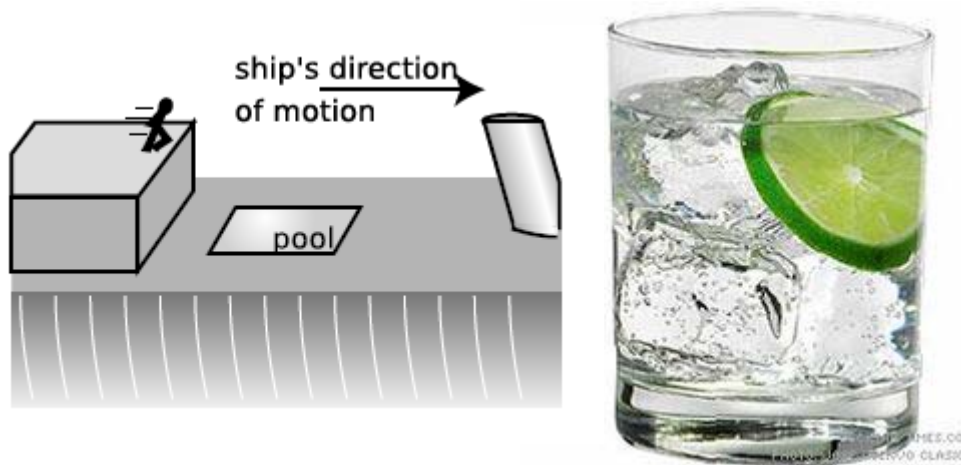
$$a(t) = 0$$

Gráficos e equações do movimento retilíneo uniforme

## 2.1 Movimentos

O (um) movimento retilíneo uniforme é o que se dá na ausência de forças (força total nula).

### Lei da inércia (1ª Lei de Newton)

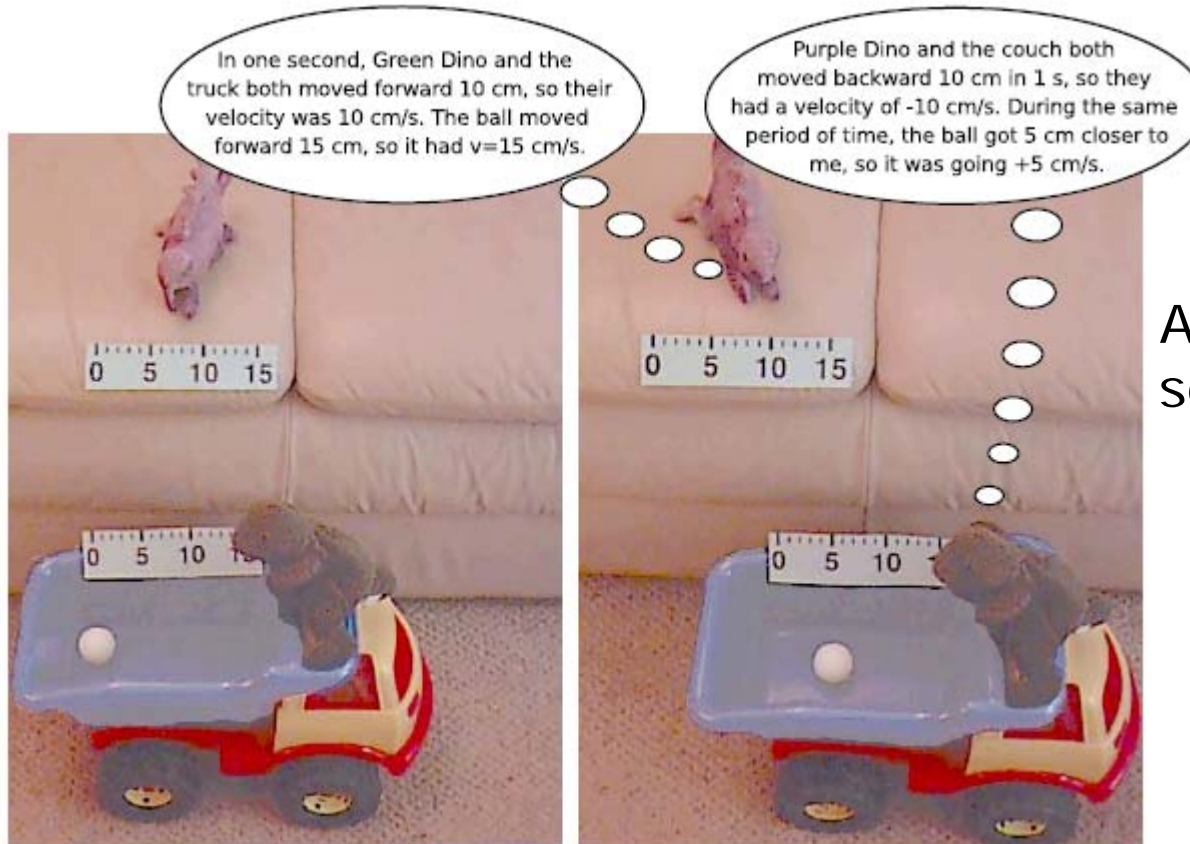


Reciprocamente, o movimento retilíneo uniforme não produz qualquer efeito físico – é indistinguível do repouso. Neste movimento só faz sentido falar de velocidades relativas.

## 2.1 Movimentos

O movimento é descrito em relação a um referencial ou observador

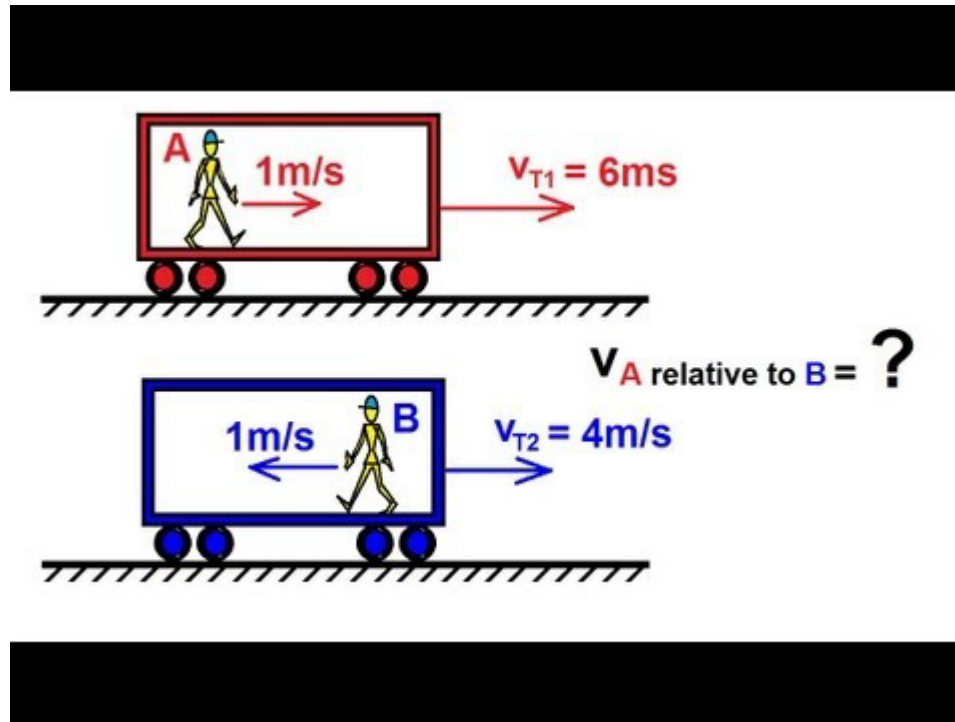
### Movimento relativo



As velocidades relativas somam-se algebricamente

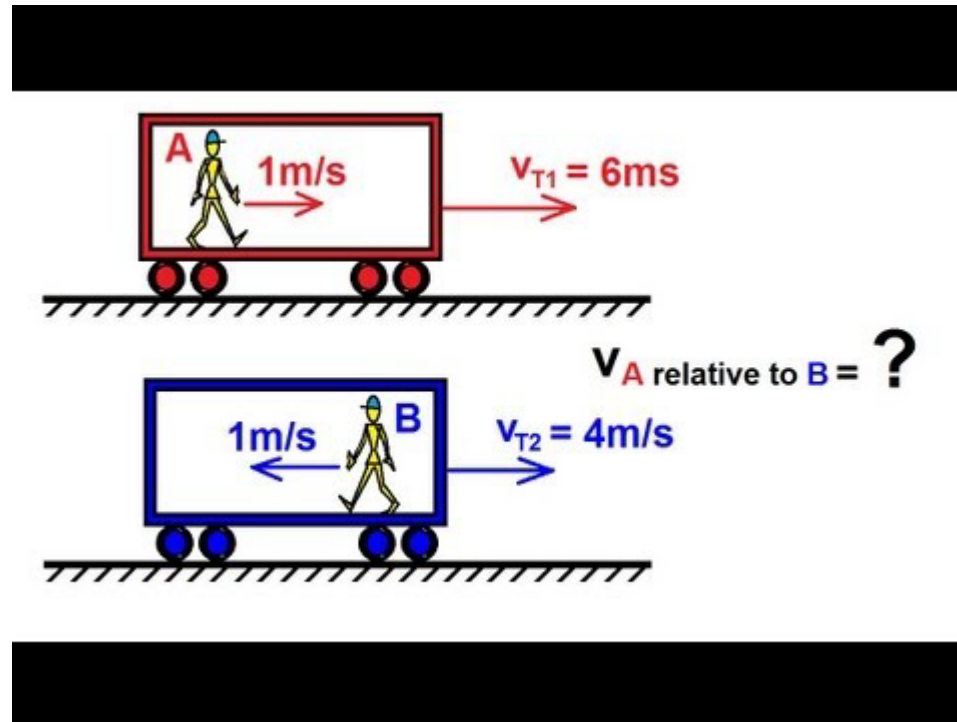
$$v_{AC} = v_{AB} + v_{BC}$$

# Quiz 15 – Velocidades relativas



$$v_{AC} = v_{AB} + v_{BC}$$

# Quiz 15 – Velocidades relativas



$$v_{AC} = v_{AT_1} + v_{T_1C} = 1 + 6 = 7 \text{ m/s}$$

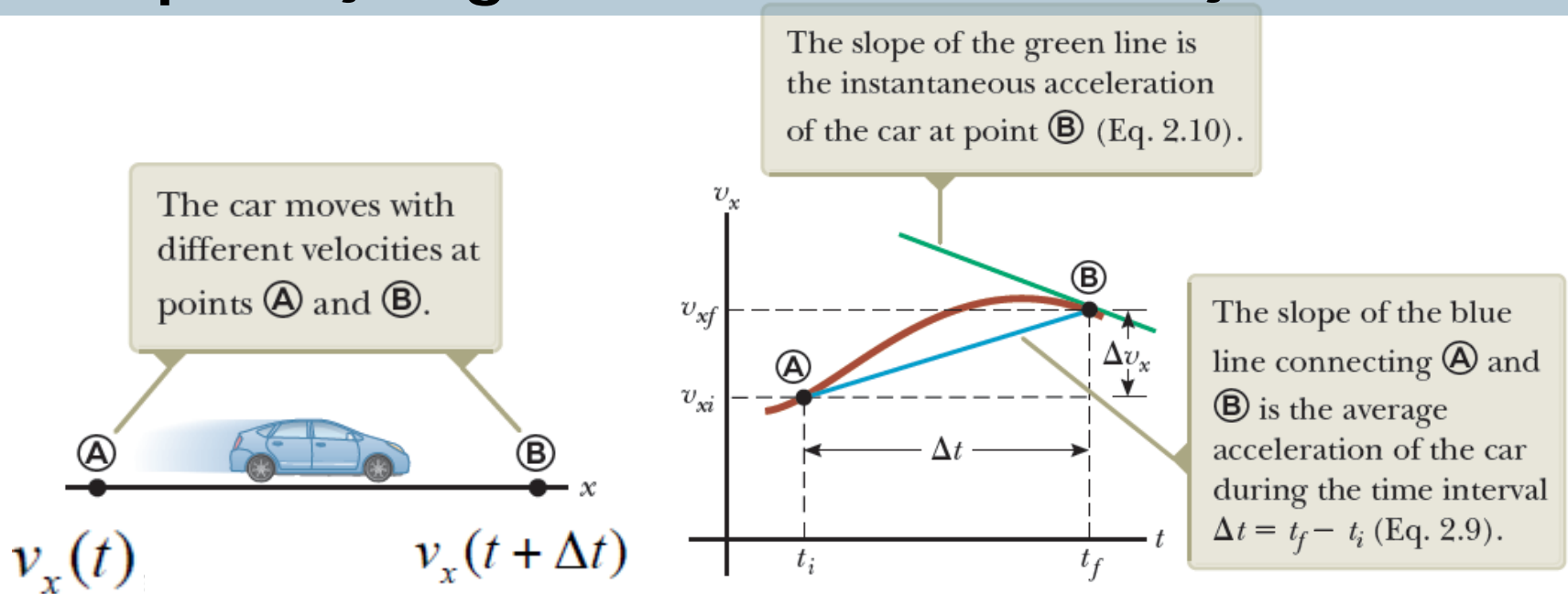
$$v_{BC} = v_{BT_2} + v_{T_2C} = -1 + 4 = 3 \text{ m/s}$$

$$v_{AB} = v_{AC} + v_{CB} = v_{AC} - v_{BC} = 4 \text{ m/s}$$

## 2.1 Movimentos

A aceleração foi definida como a taxa de variação da velocidade, ou seja a derivada da velocidade em ordem ao tempo.

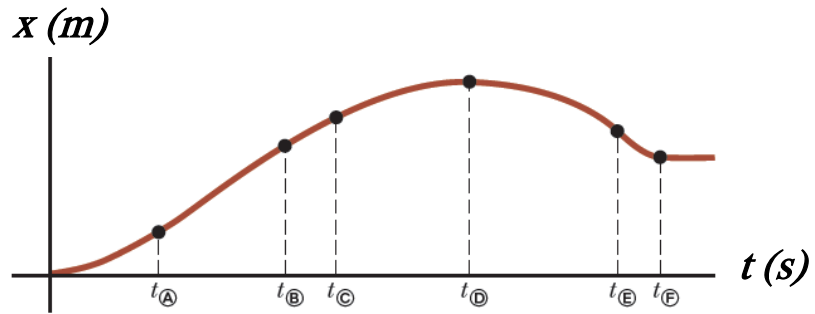
### Interpretação geométrica da aceleração



$$a(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{v(t + \Delta t) - v(t)}{(t + \Delta t) - t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = v'(t)$$

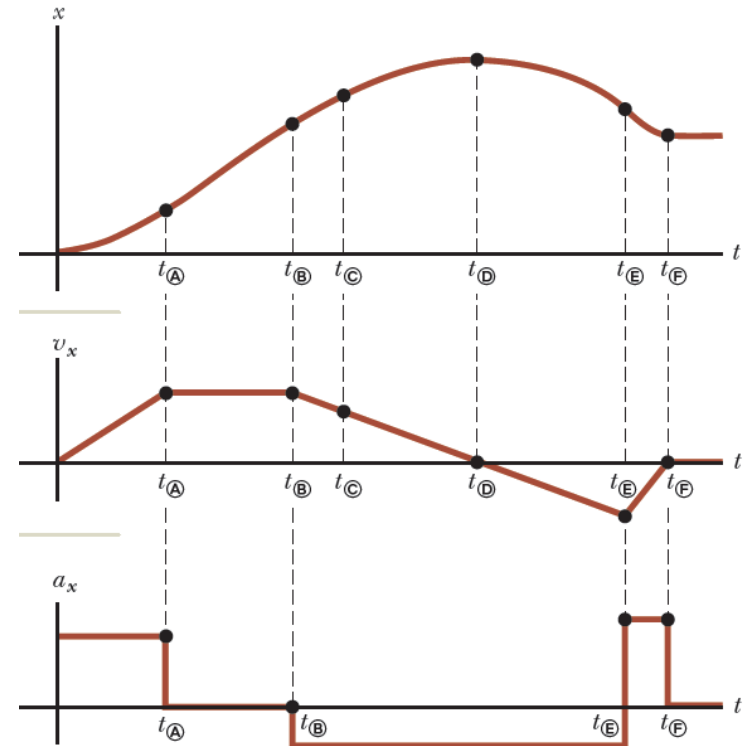
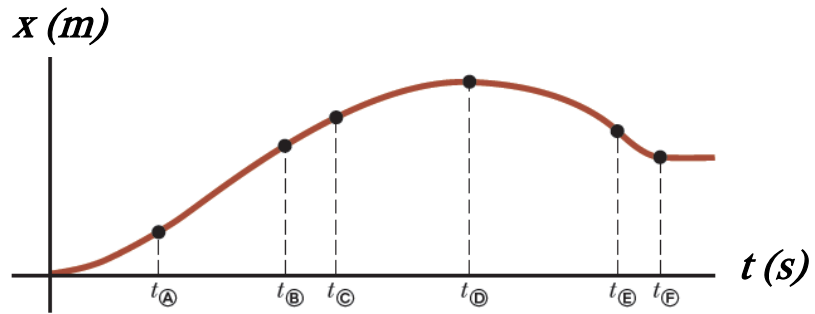
O seu valor é dado pelo declive da tangente à curva  $v(t)$ .

# Quiz 16 – Esboce as curvas $v(t)$ e $a(t)$





# Quiz 16 – Esboce as curvas $v(t)$ e $a(t)$



## 2.1 Movimentos

Outro caso particular muito importante é o caso em que a aceleração é constante.

### Movimento uniformemente acelerado



**Galileo Galilei** foi o primeiro a mostrar que se ignorarmos os efeitos da resistência do ar objectos de massa diferente caem na vertical com uma **aceleração constante** de módulo igual a  $g=9.8 \text{ ms}^{-2}$ .

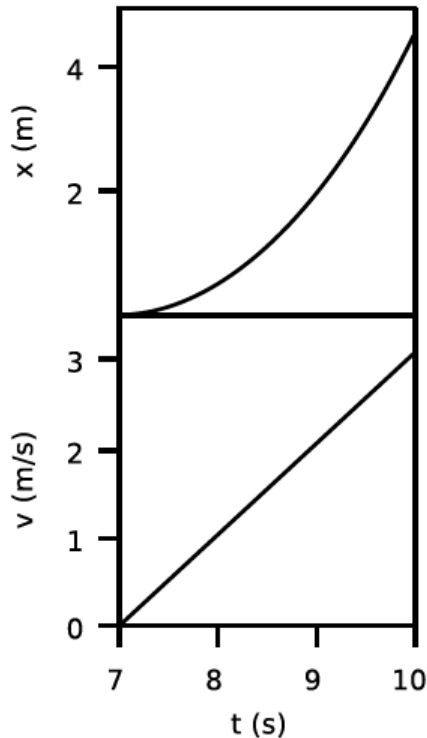
A queda dos corpos sob a acção da gravidade terrestre é um exemplo importante de movimento com aceleração constante.

# 2.1 Movimentos

Gráficos e equações do movimento uniformemente acelerado

## Movimento uniformemente acelerado

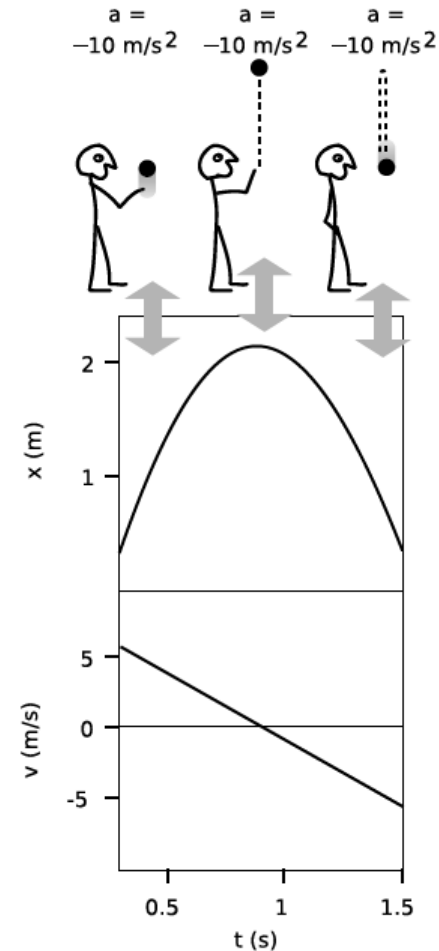
$$a = 1 \text{ ms}^{-2}$$



$$a(t) = a = \text{const}$$

$$v(t) = v_0 + at$$

$$x(t) = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$$



## 2.1 Movimentos

$$a_x(t) = \text{constante} = a_x$$

derivado



integrado



$$(a_x = dv_x / dt)$$

$$v_x(t) = v_{x,0} + a_x t$$

derivado

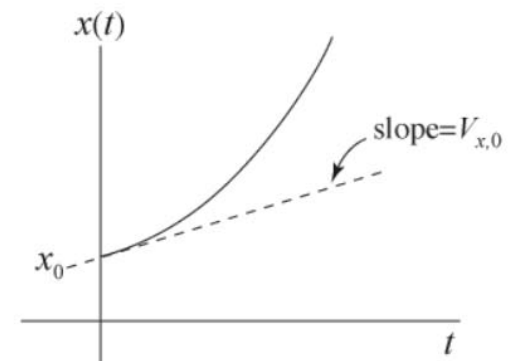
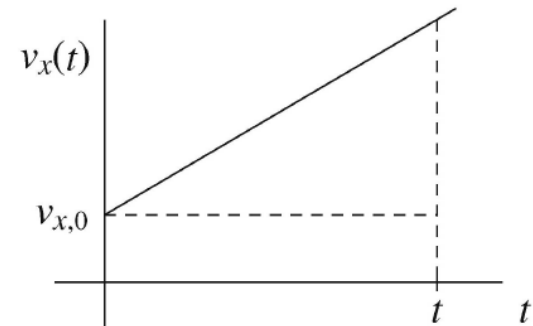
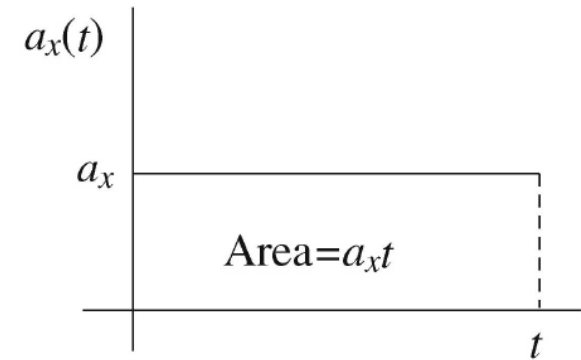


integrado



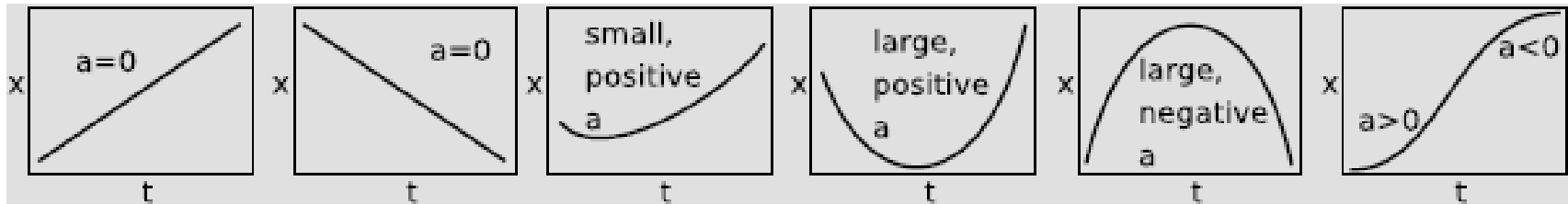
$$(v_x = dx / dt)$$

$$x(t) = x_0 + v_{x,0}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$



## 2.1 Movimentos

### Movimento rectilíneo geral



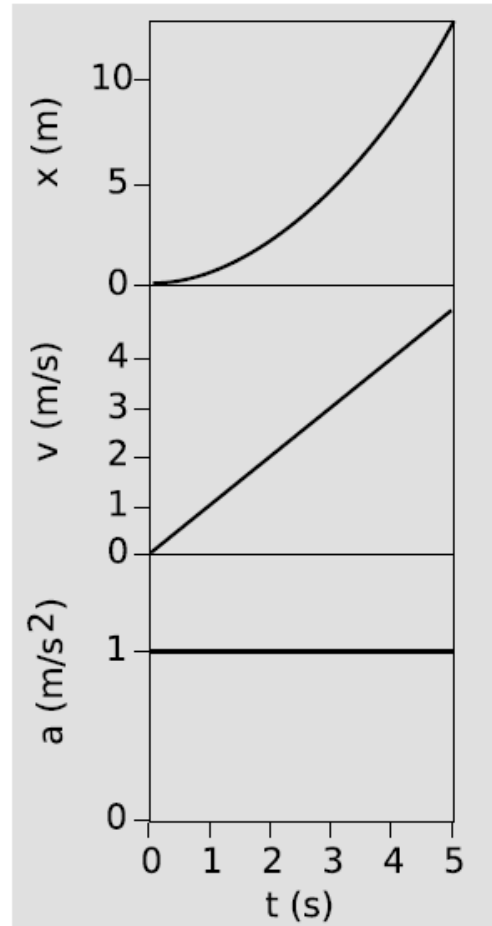
Da interpretação geométrica da (primeira) segunda derivada podemos ler nos gráficos de posição em função do tempo o comportamento da (velocidade) aceleração.

## 2.1 Movimentos

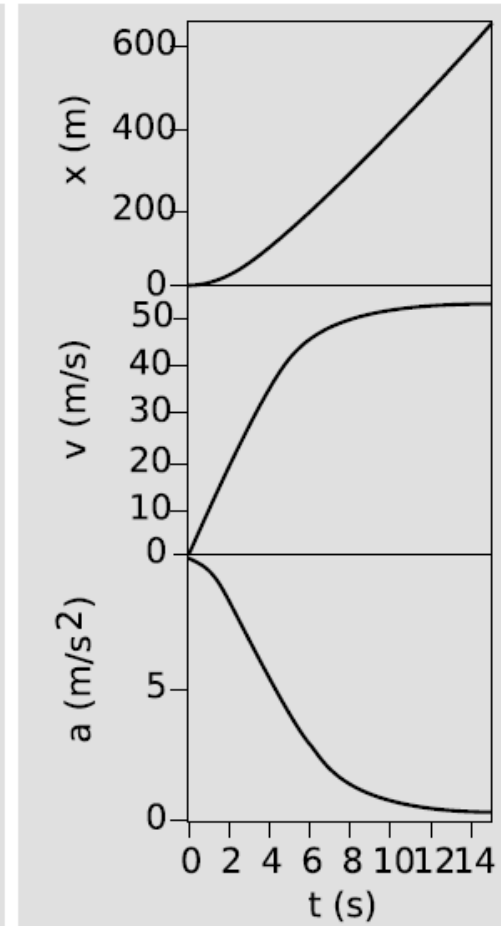
A presença de atrito limita a velocidade de queda.

### Movimento de queda e velocidade limite

A velocidade de sedimentação é uma velocidade limite.



1



2

## 2.1 Movimentos

### Quiz 17 Movimento de queda e altura

Um alpinista trepa por uma parede de altura  $h$ . A meia altura, solta uma pedra que cai no chão, e o mesmo torna a acontecer quando atinge o topo. A velocidade da segunda pedra ao embater no chão é  $x$  vezes maior do que a velocidade da primeira. Então,  $x$  vale

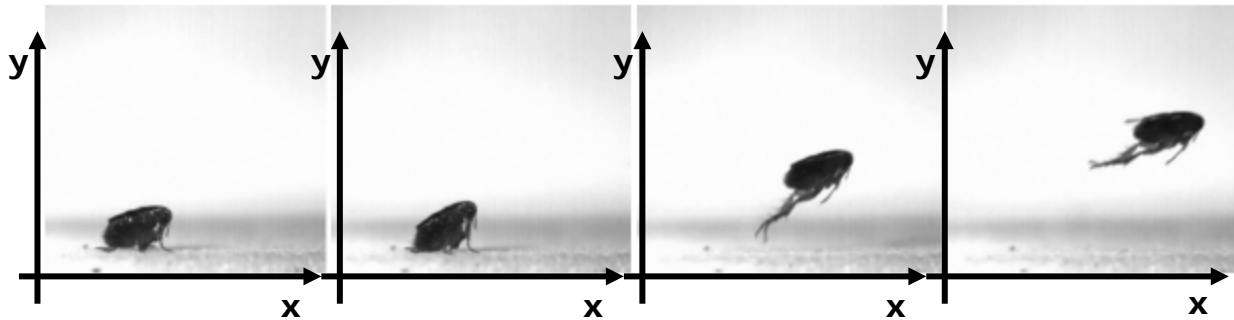
- a) 2    b) depende de  $h$     c) 4    d) 1    e)  $\sqrt{2}$     f) outro valor



## 2.1 Movimentos

Em geral, o movimento não é rectilíneo e uma coordenada  $x(t)$  não basta para o descrever.

### Movimento plano



Burrows and Sutton (2011) *Biomechanics of jumping in the flea*, J. Exp. Biology 214:836

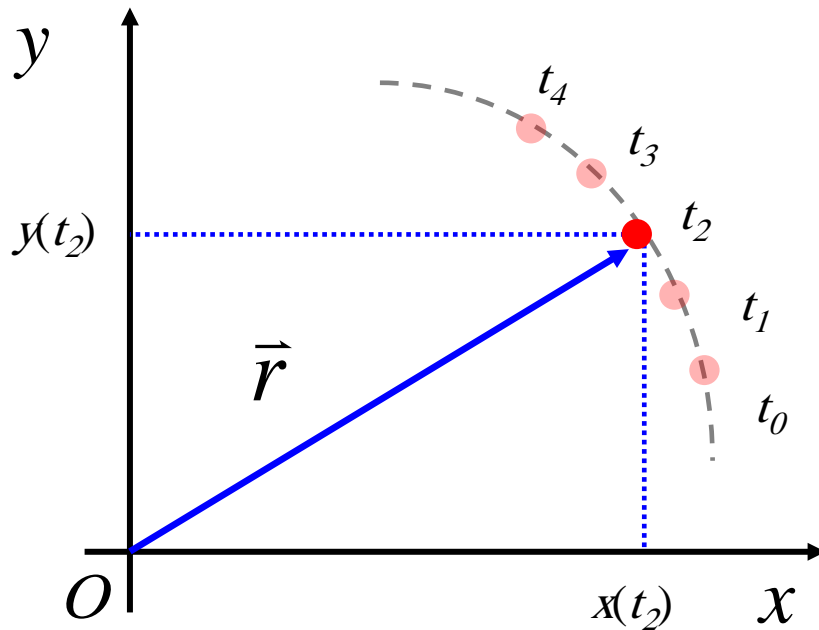
Um movimento plano é a combinação sincronizada de dois movimentos rectilíneos,  $x(t)$  segundo a direcção  $x$  e  $y(t)$  segundo a direcção  $y$ .



## 2.1 Movimentos

Em geral, o movimento não é rectilíneo e uma coordenada  $x(t)$  não basta para o descrever.

### Movimento plano



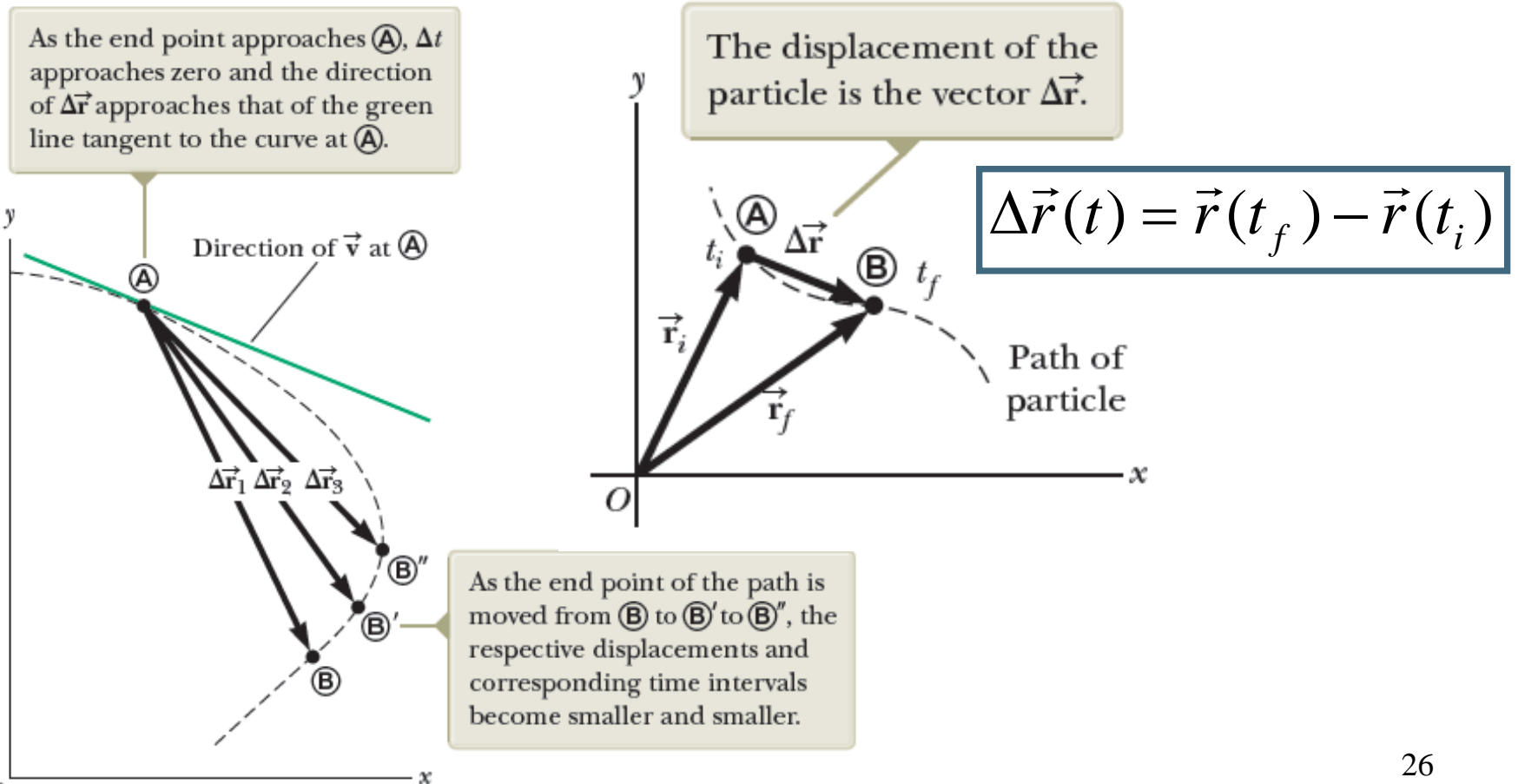
$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{u}_x + y(t)\vec{u}_y$$

Um movimento plano é a combinação sincronizada de dois movimentos rectilíneos,  $x(t)$  segundo a direcção  $x$  e  $y(t)$  segundo a direcção  $y$ , definindo a função  $\vec{r}(t)$ .

# 2.1 Movimentos

As definições e interpretações de velocidade e aceleração transpõem-se naturalmente para este caso mais geral.

## Movimento plano

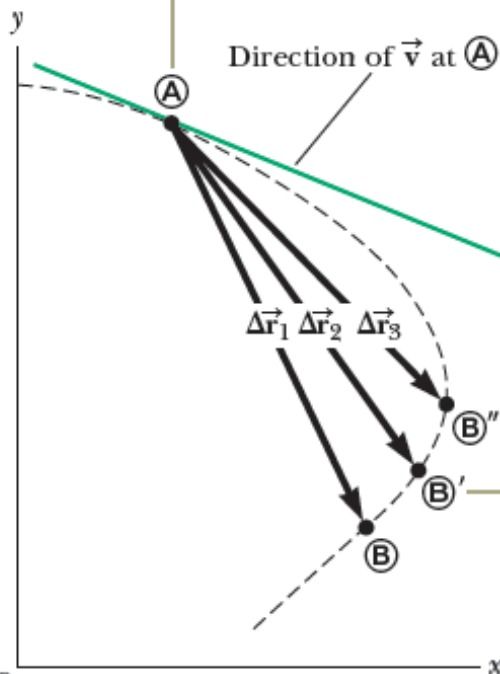


## 2.1 Movimentos

As definições e interpretações de velocidade e aceleração transpõem-se naturalmente para este caso mais geral.

### Movimento plano

As the end point approaches  $\textcircled{A}$ ,  $\Delta t$  approaches zero and the direction of  $\Delta \vec{r}$  approaches that of the green line tangent to the curve at  $\textcircled{A}$ .



$$\vec{v}(t) \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

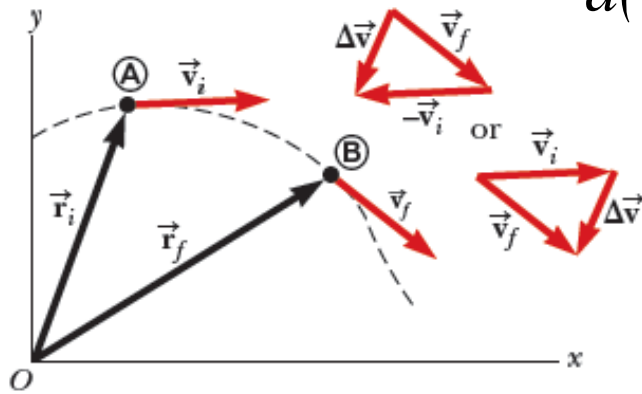
O vector velocidade é **tangente à trajectória** em cada ponto.

As the end point of the path is moved from  $\textcircled{B}$  to  $\textcircled{B}'$  to  $\textcircled{B}''$ , the respective displacements and corresponding time intervals become smaller and smaller.

## 2.1 Movimentos

As definições e interpretações de velocidade e aceleração transpõem-se naturalmente para este caso mais geral.

### Movimento plano



$$\vec{a}(t) \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \underbrace{\frac{dv_x(t)}{dt}}_{a_x(t)} \vec{u}_x + \underbrace{\frac{dv_y(t)}{dt}}_{a_y(t)} \vec{u}_y$$

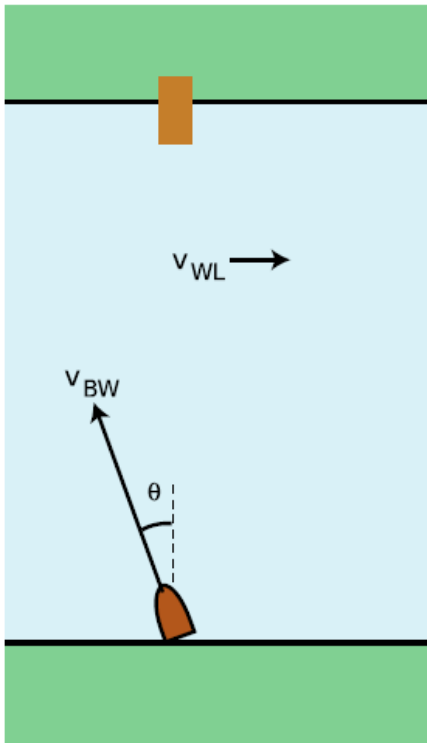
$$\vec{a}(t) = a_x(t) \vec{u}_x + a_y(t) \vec{u}_y$$

Tal como a posição e a velocidade, a aceleração é um vector. No movimento rectilíneo, esses três vectores têm sempre a mesma direcção.

## 2.1 Movimentos

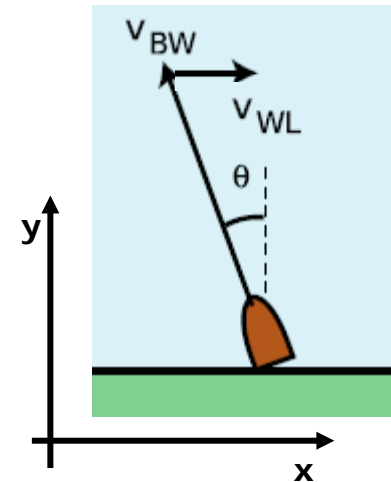
As definições e interpretações de velocidades relativas transpõem-se naturalmente para este caso mais geral:  $\vec{v}_{AC} = \vec{v}_{AB} + \vec{v}_{BC}$

### Movimento plano – velocidade relativa



$$\vec{v}_{BL} = \vec{v}_{BW} + \vec{v}_{WL}$$

$$\theta = ?$$

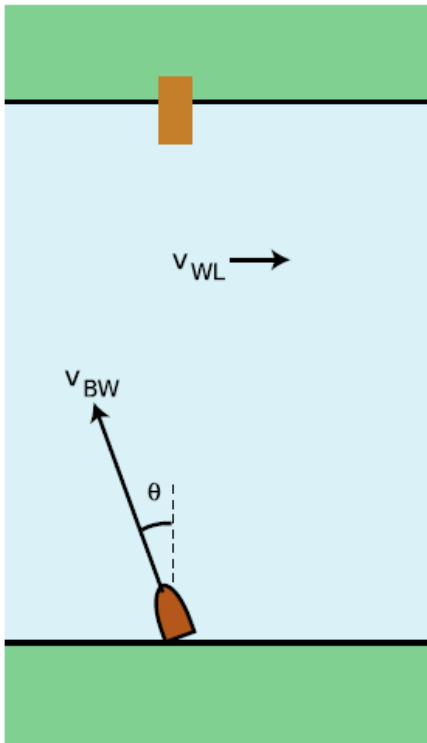


Os vectores somam-se componente a componente, ou, graficamente, usando a regra do paralelogramo.

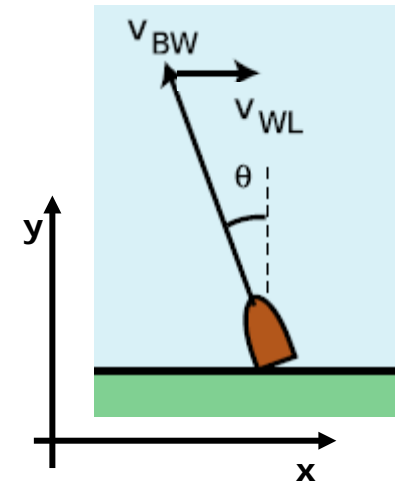
## 2.1 Movimentos

As definições e interpretações de velocidades relativas transpõem-se naturalmente para este caso mais geral:  $\vec{v}_{AC} = \vec{v}_{AB} + \vec{v}_{BC}$

### Movimento plano – velocidade relativa



$$\vec{v}_{BL} = \vec{v}_{BW} + \vec{v}_{WL}$$



$$v_{BL} \vec{u}_y = -v_{BW} \sin \theta \vec{u}_x + v_{BW} \cos \theta \vec{u}_y + v_{WL} \vec{u}_x$$

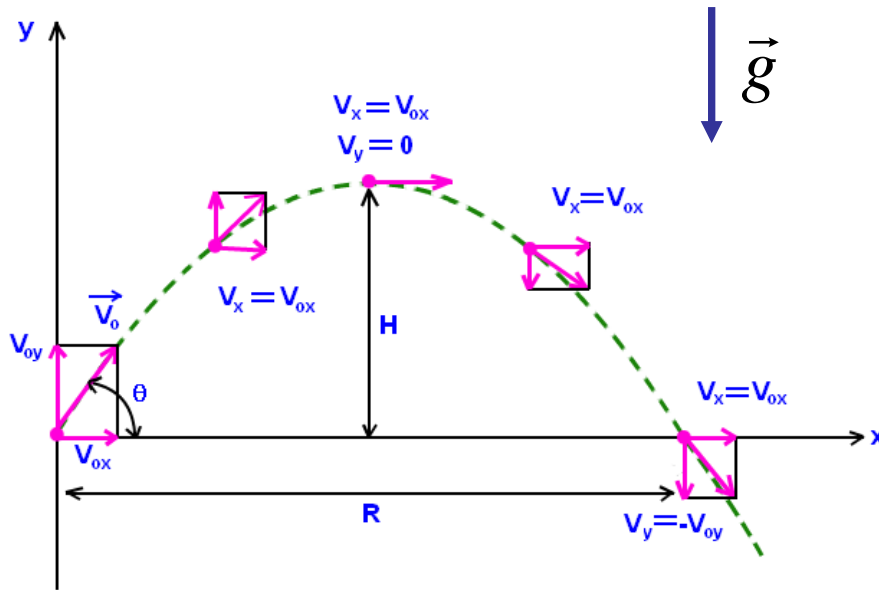
$$v_{BW} \sin \theta = v_{WL}$$

Os vectores somam-se componente a componente, ou, graficamente, usando a regra do paralelogramo.

## 2.1 Movimentos

Um caso particular importante de movimento plano é o movimento de projecteis.

### Movimento de projecteis



Um projectil é disparado a partir da origem com uma **velocidade inicial** que faz um ângulo  $\theta$  com a horizontal.

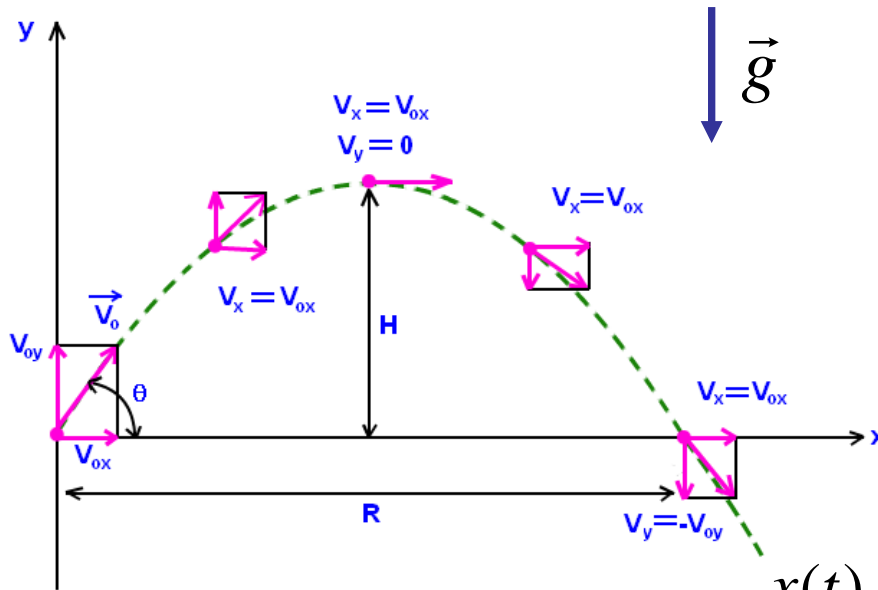
Ignorando a resistência do ar,  
**quais são as equações do movimento?**

No movimento de projecteis, a aceleração é constante, vertical e dirigida para baixo – e o seu valor é  $g \sim 10 \text{ ms}^{-2}$ .

## 2.1 Movimentos

Um caso particular importante de movimento plano é o movimento de projecteis.

### Movimento de projecteis



$$\vec{a}(t) = a_y \vec{u}_y = -g \vec{u}_y$$

$$\vec{v}(t) = v_x(t) \vec{u}_x + v_y(t) \vec{u}_y$$

$$v_x(t) = v_{x,0}; v_y(t) = v_{y,0} - g t$$

$$\vec{r}(t) = x(t) \vec{u}_x + y(t) \vec{u}_y$$

$$x(t) = x_0 + v_{x,0} t; y(t) = y_0 + v_{y,0} t - \frac{1}{2} g t^2$$

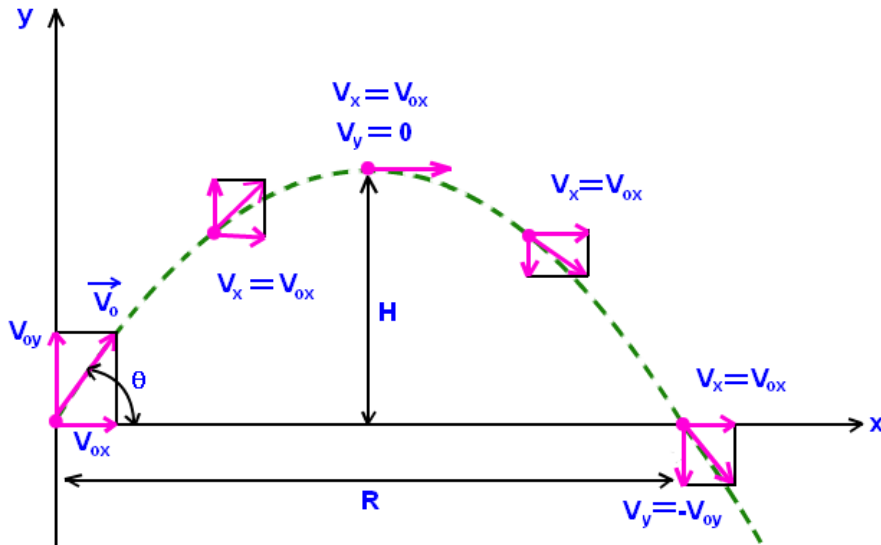
O movimento de projecteis é a combinação sincronizada de um movimento uniforme segundo x e um movimento uniformemente acelerado segundo y.



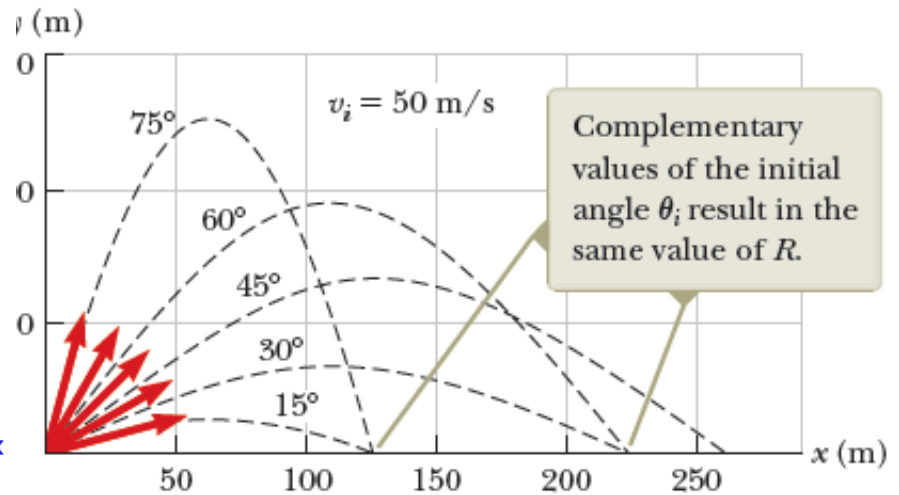
# 2.1 Movimentos

A altura máxima e o alcance são dois parâmetros importantes no movimento de projecteis.

## Movimento de projecteis



$$H = \frac{|v_0|^2 \sin^2 \theta}{2g}$$



$$R = \frac{|v_0|^2 \sin 2\theta}{g}$$

Como deduzir estas expressões?

## 2.1 Movimentos

A altura máxima e o alcance são dois parâmetros importantes no movimento de projecteis.

### Quiz 18 Movimento de projecteis

No lançamento de um projectil a partir do solo, o alcance horizontal

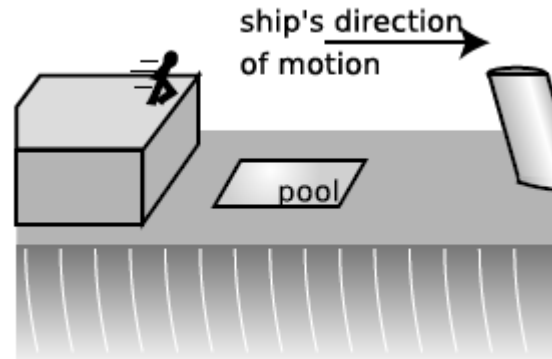
- a) Aumenta quando a inclinação da velocidade inicial aumenta.
- b) Diminui quando a inclinação da velocidade inicial aumenta.
- c) Não depende da direcção da velocidade inicial.
- d) Aumenta quando o módulo da velocidade inicial aumenta.
- e) Diminui quando o módulo da velocidade inicial aumenta.
- f) Não depende do módulo da velocidade inicial.

## 2.1 Movimentos

O movimento rectilíneo uniforme não produz qualquer efeito físico – é indistinguível do repouso.

### Quiz 19 Movimento de projecteis

Um marinheiro de vigia no alto de um mastro de altura  $h$  m de um veleiro que se desloca com velocidade uniforme  $v$  ms<sup>-1</sup> deixa cair o telemóvel. Este vai embater no convés num ponto

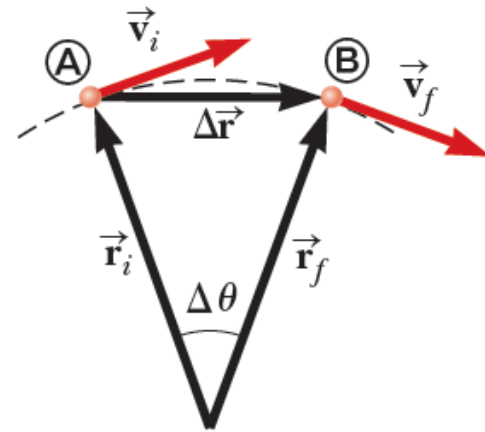
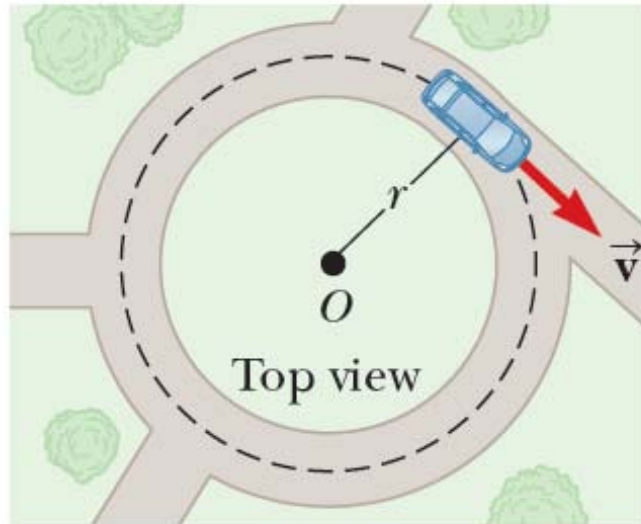


- a) Junto à base do mastro.
- b) Entre a base do mastro e a proa do veleiro.
- c) Entre a base do mastro e a popa do veleiro.
- d) Entre a base do mastro e a popa do veleiro, e tanto mais distante da base do mastro quanto maior for  $h$ .

## 2.1 Movimentos

Outro caso particular importante de movimento plano é o movimento circular uniforme.

### Movimento circular uniforme

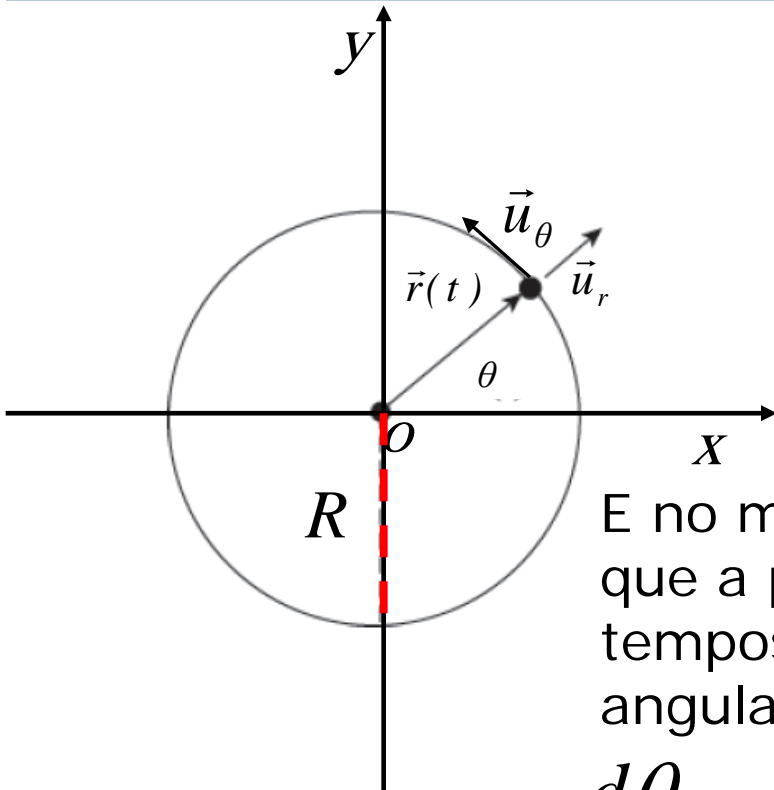


No movimento circular **uniforme** o **módulo da velocidade** não varia. O vector velocidade varia, porque é tangente à trajectória (neste caso, um círculo).

## 2.1 Movimentos

Equações do movimento circular uniforme.

### Movimento circular uniforme



$$\vec{r}(t) = R \vec{u}_r$$

A equação para a posição em função do tempo fica muito simples expressa em termos dos versores  $\vec{u}_r$  e  $\vec{u}_\theta$ .

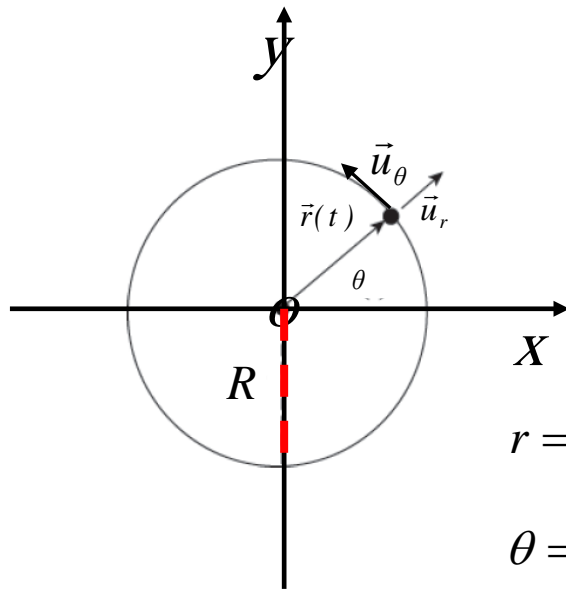
E no movimento uniforme sabemos também que a partícula varre arcos iguais em tempos iguais, e portanto a velocidade angular é constante:

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega = \text{conste} \Rightarrow \theta(t) = \omega t + \theta_0$$

## 2.1 Movimentos

Estes factos e um pouco de trigonometria chegam para achar as equações do movimento circular uniforme.

### Movimento circular uniforme



$$\vec{r}(t) = R \vec{u}_r \quad \theta(t) = \omega t + \theta_0$$

$$x = r \cos \theta$$
$$y = r \sin \theta$$
$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$
$$\theta = \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$\vec{u}_r = \cos \theta \vec{u}_x + \sin \theta \vec{u}_y$$

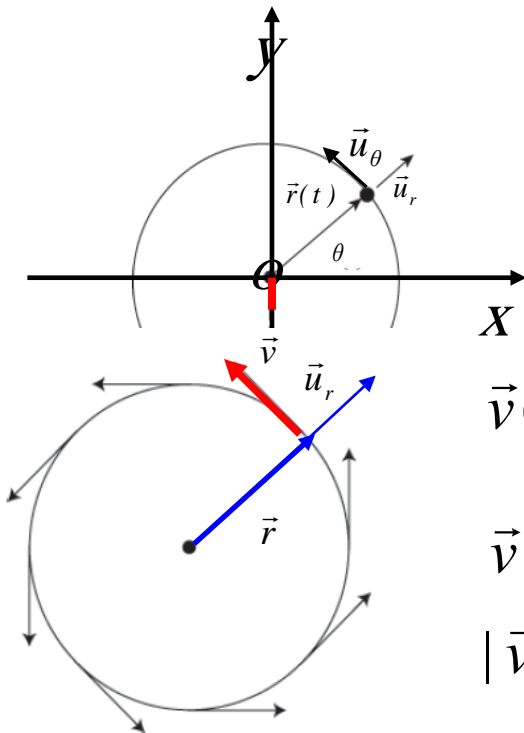
$$\vec{u}_\theta = -\sin \theta \vec{u}_x + \cos \theta \vec{u}_y$$

$$\vec{r}(t) = R(\cos \theta \vec{u}_x + \sin \theta \vec{u}_y) = R(\cos(\omega t + \theta_0) \vec{u}_x + \sin(\omega t + \theta_0) \vec{u}_y)$$

## 2.1 Movimentos

Conhecida a função  $\vec{r}(t)$ , a velocidade e a aceleração acham-se aplicando a definição geral.

### Movimento circular uniforme



$$\vec{r}(t) = R(\cos(\omega t + \theta_0) \vec{u}_x + \sin(\omega t + \theta_0) \vec{u}_y)$$

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = \omega R(-\sin(\omega t + \theta_0) \vec{u}_x + \cos(\omega t + \theta_0) \vec{u}_y)$$

$$\vec{v}(t) = \omega R \vec{u}_\theta$$

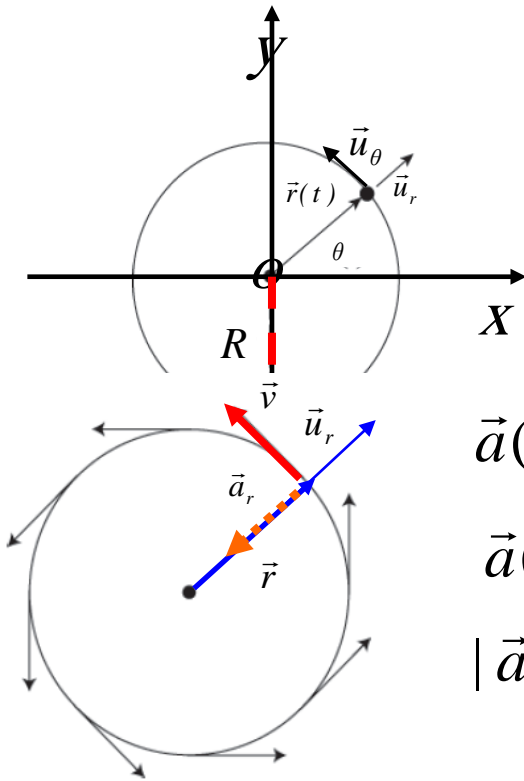
$$|\vec{v}(t)| = \omega R = \text{const}$$

Há uma relação simples entre a velocidade linear e a velocidade angular que traduz a relação entre arcos e ângulos.

## 2.1 Movimentos

Conhecida a função  $\vec{r}(t)$ , a velocidade e a aceleração acham-se aplicando a definição geral.

### Movimento circular uniforme



$$\vec{v}(t) = -\omega R(\sin(\omega t + \theta_0) \vec{u}_x - \cos(\omega t + \theta_0) \vec{u}_y)$$

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = -\omega^2 R(\cos(\omega t + \theta_0) \vec{u}_x + \sin(\omega t + \theta_0) \vec{u}_y)$$

$$\vec{a}(t) = -\omega^2 \vec{r}(t)$$

$$|\vec{a}(t)| = \omega^2 R = \frac{v^2}{R} = \text{const}$$

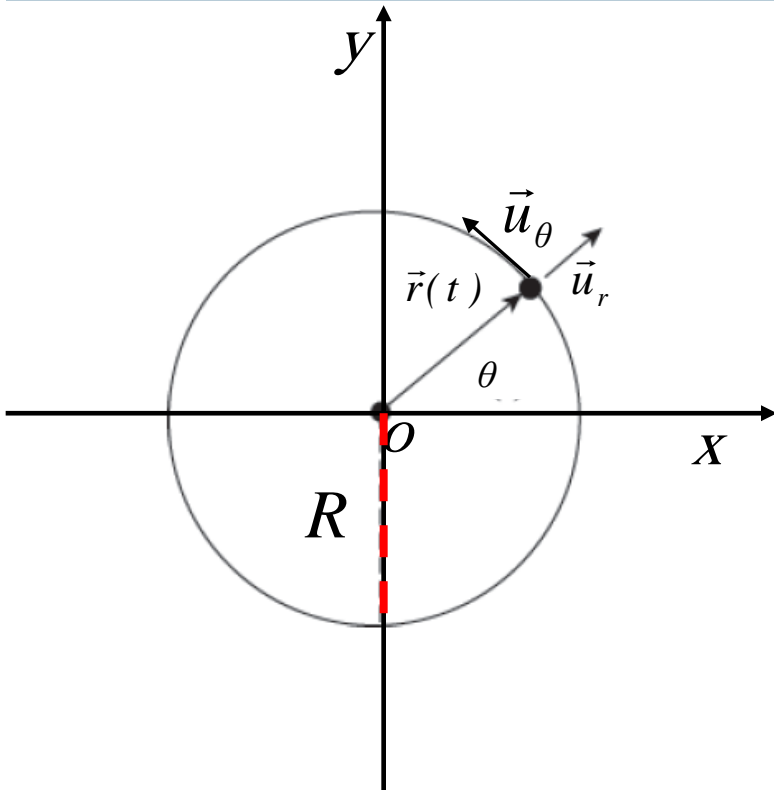
A aceleração é radial, centrípeta e de módulo constante.



## 2.1 Movimentos

O movimento circular uniforme é um caso particular de movimento periódico.

### Período e frequência



$$\frac{d\theta}{dt} = \omega = \text{conste} \Rightarrow \theta(t) = \omega t + \theta_0$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

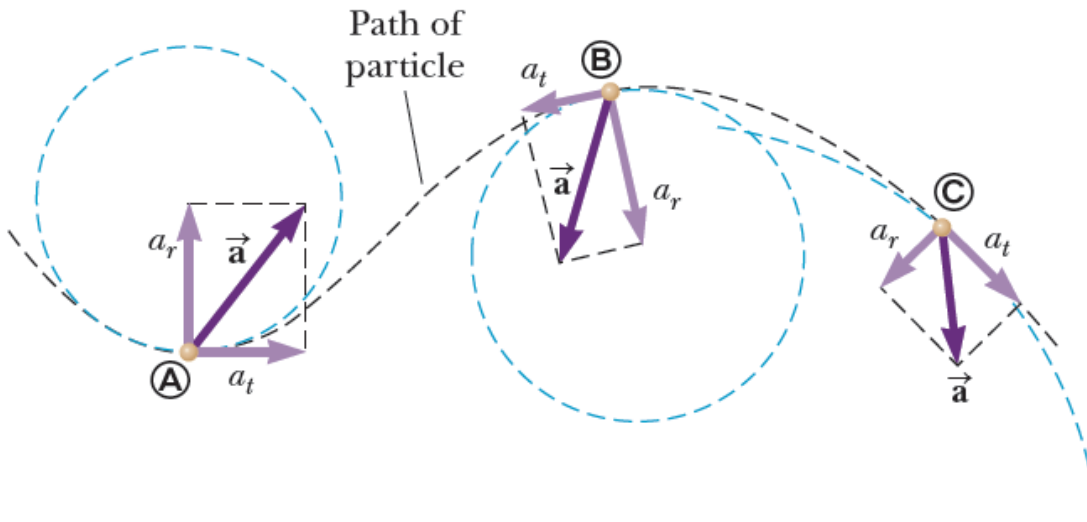
$$f = \frac{1}{T}$$

A frequência é o inverso do período.

## 2.1 Movimentos

O movimento geral pode pensar-se como a concatenação de arcos de círculo.

### Movimento geral no espaço



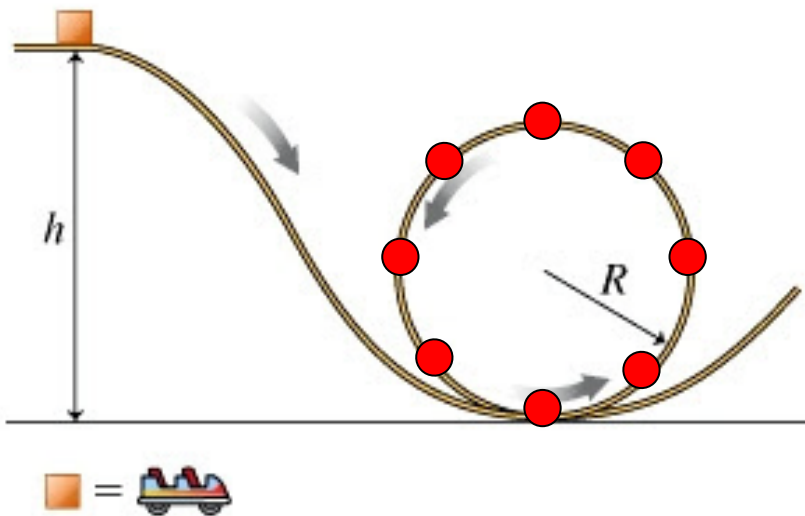
$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$
$$\vec{a} = \frac{d|\vec{v}|}{dt} \vec{u}_\theta - \frac{v^2}{r} \vec{u}_r$$

No movimento geral, a aceleração tem componente radial e também tangencial.

## 2.1 Movimentos

O movimento geral pode pensar-se como a concatenação de arcos de círculo.

### Quiz 20 Representar a aceleração nestes pontos

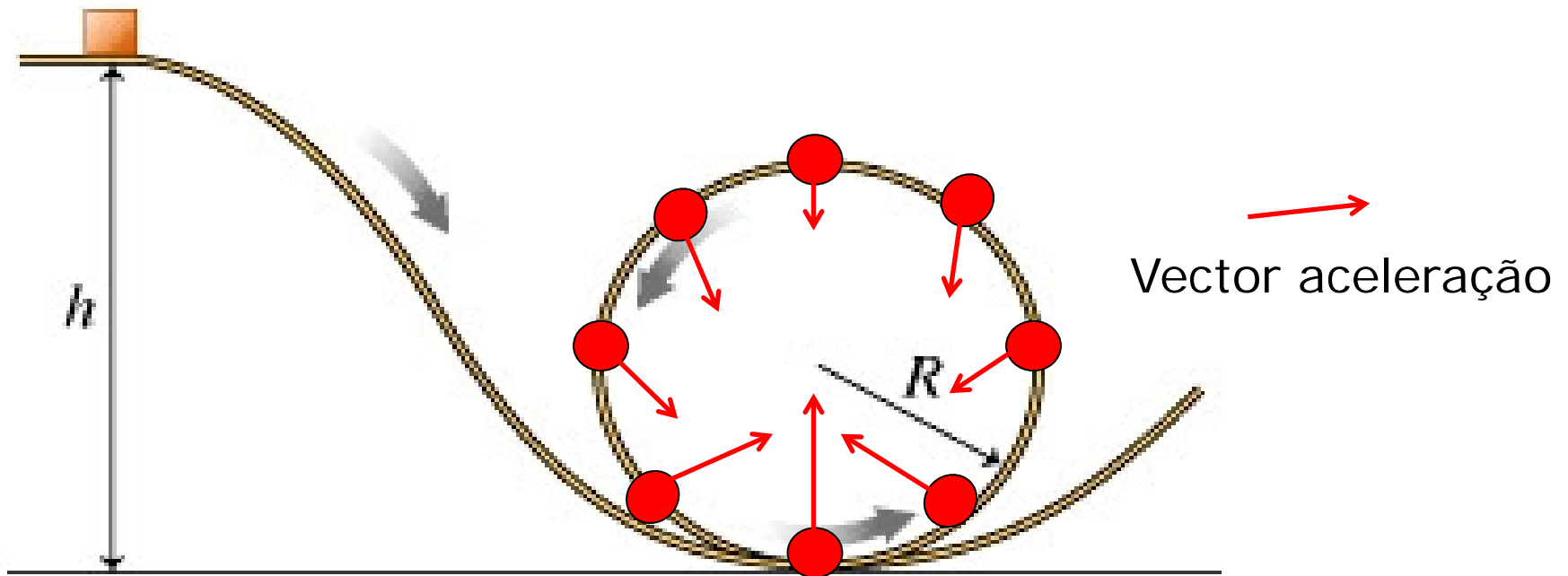


No movimento geral, a aceleração tem componente radial e também tangencial.

## 2.1 Movimentos

O movimento geral pode pensar-se como a concatenação de arcos de círculo.

### Quiz 20 Representar a aceleração nestes pontos

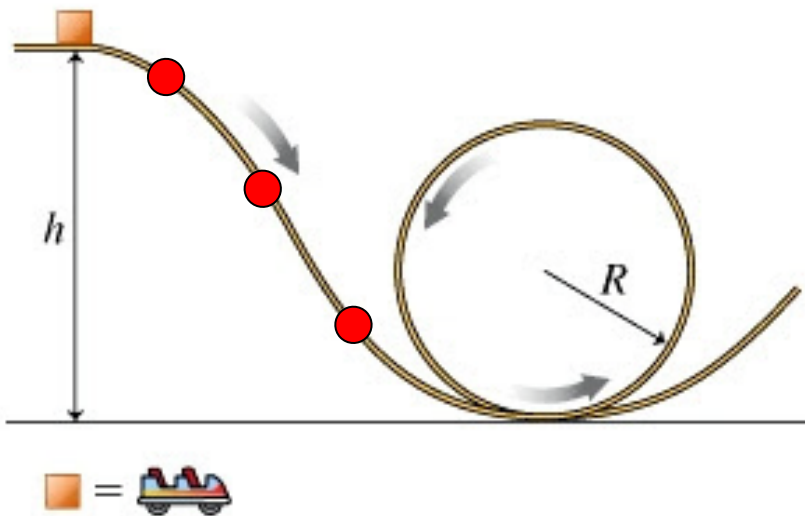


No movimento geral, a aceleração tem componente radial e também tangencial.

## 2.1 Movimentos

O movimento geral pode pensar-se como a concatenação de arcos de círculo.

### Quiz 21 Representar a aceleração nestes pontos

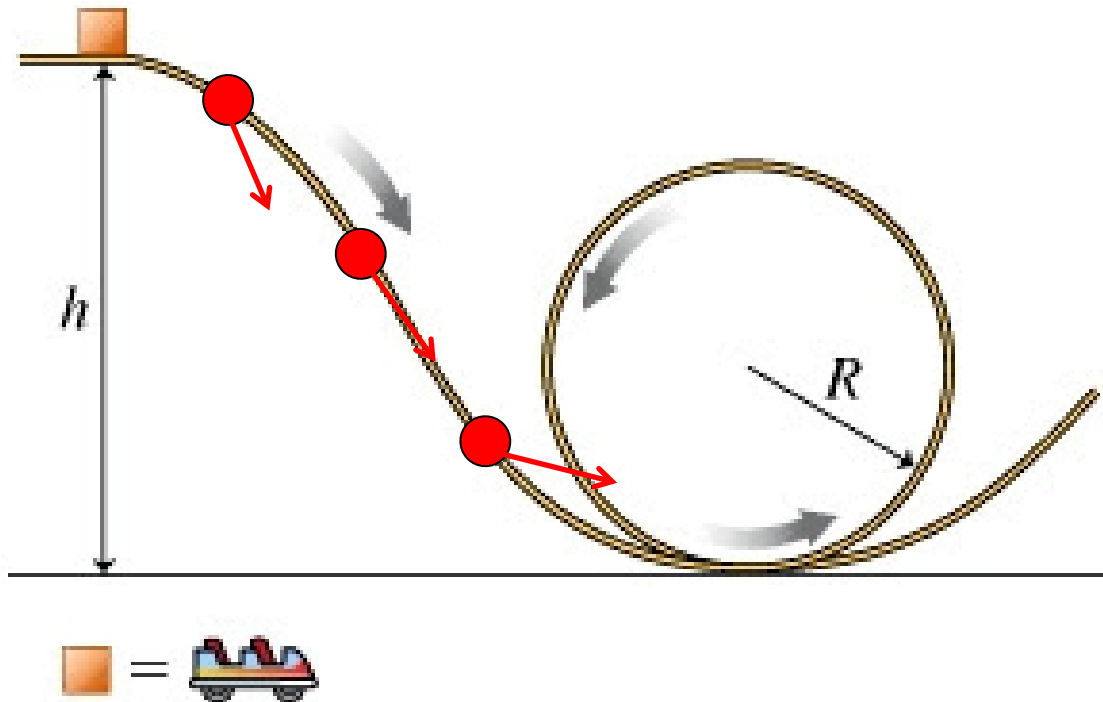


No movimento geral, a aceleração tem componente radial e também tangencial.

## 2.1 Movimentos

O movimento geral pode pensar-se como a concatenação de arcos de círculo.

### Quiz 21 Representar a aceleração nestes pontos



No movimento geral, a aceleração tem componente radial e também tangencial.

## 2.1 Movimentos

No movimento geral, a aceleração tem componente radial e também tangencial.

### Quiz 22 Movimento circular não uniforme

À medida que uma partícula que se desloca sobre um círculo aumenta a sua velocidade a taxa temporal constante, a sua aceleração

- a) Aumenta em módulo e aproxima-se da tangente ao círculo.
- b) Aumenta em módulo e aproxima-se da radial interna.
- c) Aumenta em módulo e aproxima-se da radial externa.
- d) Diminui em módulo e aproxima-se da radial interna.
- e) Nenhuma das anteriores.