

VII.1 - Introdução

A Óptica geométrica baseia-se numa das características mais evidentes da luz — propagação retilínea num meio homogêneo — não sendo feitas hipóteses sobre a sua natureza. Introduce-se o conceito de raios luminosos, sendo estes, num meio homogêneo, linhas rectas que correspondem à direcção de propagação da luz. A partir do conhecimento do comportamento dos raios luminosos na superfície de separação de meios ópticos, pode traçar-se o seu percurso através dos sistemas ópticos e obter-se imagens de objectos.

É, no entanto, importante, ter consciência das limitações da Óptica geométrica, e da necessidade, para explicar muitos tipos de fenómenos (interferência, difracção, ...) da utilização da chamada Óptica física em que a natureza ondulatória da luz já tem que ser considerada. Os comprimentos de onda das radiações visíveis situam-se, aproximadamente, entre os limites 4×10^{-5} cm (violeta) e 7.5×10^{-5} cm (vermelho). O pequeno valor deste comprimento de onda justifica, que, em muitas circunstâncias, se possa considerar a propagação da luz como retilínea; mas se a luz incidir em obstáculos de pequenas dimensões, tão pequenas que o c.d.o. da luz incidente já não pode considerar-se insignificante em face delas, começam a ser observados certos tipos de fenómenos que já não são compatíveis com a hipótese de propagação retilínea; assim, esta hipótese será válida na medida em que os objectos usados no sistema a estudar sejam de dimensões macroscópicas em face do c.d.o. da luz.

Para ilustrar o que está dito atrás, suponha-se que temos uma fonte luminosa S (fig. VII.1) de tão pequenas dimensões que pode ser considerada pontual.

Se colocarmos, em frente de S, um ecrã opaco, H, com um orifício de grandes dimensões, e, mais adiante, um ecrã de obser-

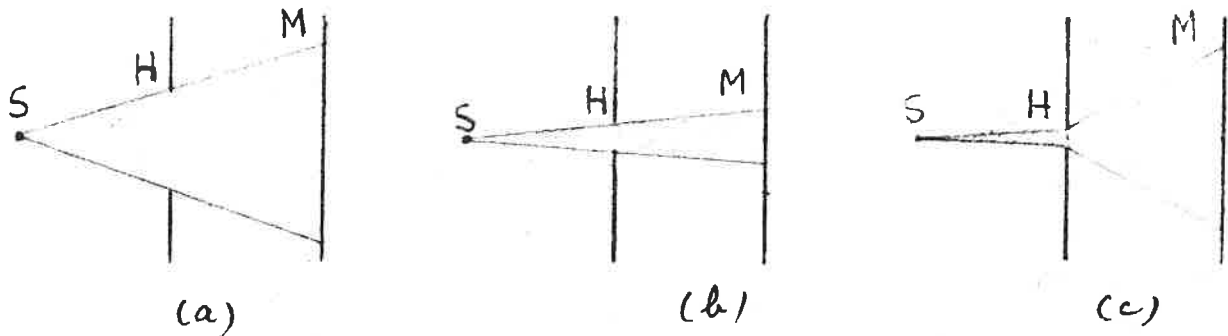


fig. VII.1

vação M, só a região deste último compreendida entre as linhas rectas traçadas, a partir de S, tangentes ao orifício de H, será iluminada; esta observação justifica a hipótese de que a luz se propaga segundo linhas rectas, os chamados raios luminosos. Se o orifício de H é tornado mais pequeno, como na fig. VII.1(b) a região iluminada de M diminui de maneira correspondente, de modo que pode pensar-se que continuando este processo seria possível, no limite, isolar um raio luminoso. A experiência mostra, porém, que a partir de uma certa dimensão do orifício de H (alguns décimos de mm) a região luminosa em M começa a alargar-se embora a iluminação seja de muito fraca intensidade. Não é pois possível isolar o raio luminoso e isso está associado ao novo tipo de fenómeno, que começa a intervir quando as dimensões do orifício começaram a ser excessivamente pequenas, que é o fenómeno chamado de difracção, o qual é uma consequência do carácter ondulatório da luz.

VII.2 - Reflexão e refacção em superfícies planas

Quando um feixe de luz incide na superfície de separação de dois meios ópticos os raios luminosos podem ser reflectidos para o meio que a luz vinha atravessando ou refractados para o segundo meio. Em geral, os dois processos ocorrem simultaneamente, sendo as proporções relativas de um e outro

dependente de diferentes factores tais como o poder reflector da superfície de separação e o ângulo de incidência.

Os processos de reflexão e refração têm lugar segundo leis encontradas experimentalmente, e posteriormente justificadas por diferentes vias, que vamos apresentar de seguida.

Seja S a superfície de separação de dois meios na qual incide, no ponto A , o raio luminoso OA que se re-

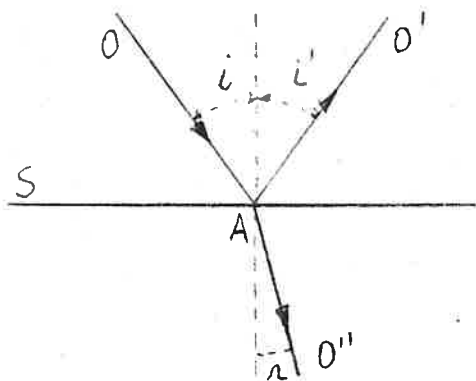


fig. VII.2

flecte segundo AO' e refracta AO'' ; sejam i , i' e r os ângulos em a normal à superfície de separação dos raios incidente, reflectido e refractado, respectivamente.

A. leis da reflexão

- 1) O raio reflectido existe no plano de incidência que é o plano definido pela normal e pelo raio incidente.
- 2) Os ângulos de incidência e reflexão são iguais, ficando o raio reflectido para o outro lado da normal em relação ao raio incidente.

B. leis da refração

- 1) O raio refractado existe no plano de incidência.
- 2) O ângulo de refração r , depende do ângulo de incidência i de tal modo que $\frac{\sin i}{\sin r}$ é constante. O valor desta constante depende dos dois meios envolvidos e do e.d.o. da luz.

A experiência mostra que esta razão constante dos senos é igual à razão das velocidades da luz nos dois meios.

$$(VII-1) \quad \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2}$$

v_1 - velocidade da luz no 1º meio

v_2 - velocidade da luz no 2º meio

O índice de refração de um meio, que representaremos por n é dado pelo quociente entre a velocidade da luz no vácuo e a velocidade da luz no meio

$$n = \frac{\text{velocidade da luz no vácuo}}{\text{velocidade da luz no meio}} ;$$

desta definição resulta que se tivermos dois meios 1 e 2 será:

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{\text{velocidade da luz no meio 2}}{\text{velocidade da luz no meio 1}}$$

o que tendo em conta (VII-1) dá:

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{\text{sen } r}{\text{sen } i} , \text{ ou seja}$$

(VII-2)

$$n_1 \text{ sen } i = n_2 \text{ sen } r$$

A grandeza n atrás definida chama-se índice de refração absoluto; a grandeza $\frac{n_1}{n_2}$ chama-se índice de refração do meio 1 em relação ao meio 2; o índice de refração absoluto é pois o índice de refração relativo ao vácuo. Dado que o índice de refração do ar vale, nas condições normais de pressão e temperatura 1,0003, podemos, frequentemente, fazer a aproximação de tomar como índice de refração absoluto o índice de refração relativo ao ar, pois o erro cometido é da ordem de 0,03%.

VII.3 - Formação de imagens em superfícies planas

I - Reflexão

A figura VII-2' mostra um feixe de luz com origem

num ponto objecto B reflectido numa superfície plana. Depois

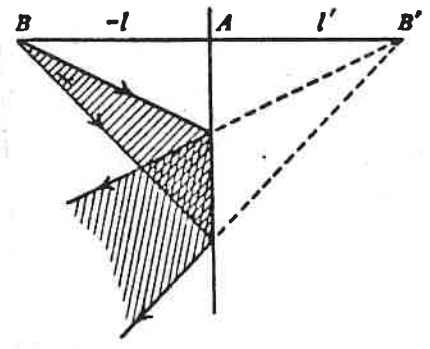


fig. VII. 2'

da reflexão o feixe parece provir do ponto imagem B', que se chama imagem virtual porque, efectivamente, os raios luminosos não passam por ele. As leis da reflexão levam facilmente à conclusão de que B' se situa no prolongamento da normal BA, a uma distância l' de A igual à distância l entre B e A.

II - Refracção

A fig. VII. 3 mostra como se comportam 4 raios luminosos em origem no ponto objecto B antes e depois de refracção na superfície AS. No caso geral, como o que aqui

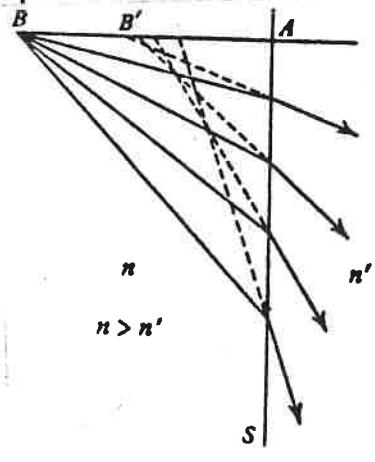


fig. VII. 3

e' representado, o feixe não emerge de um ponto imagem; este e' um dos mais simples exemplos de aberraçõ produzida por um sistema óptico, ligada à sua incapacidade de fazer corresponder um ponto imagem a um ponto objecto.

Se, no entanto, apenas nos interessarmos com os raios de incidência quase normal, raios paraxiais, este efeito de aberração desaparece, como vamos ver.

Consideremos a fig. VII.4 (note os ângulos i e i' estás exagerados para que ele fique mais clara) que repre-

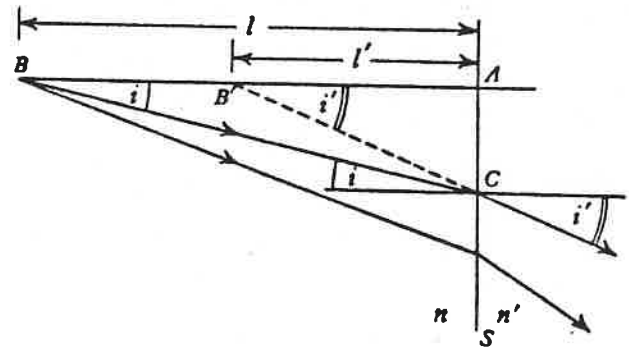


fig. VII.4

sentá um feixe de raios paraxiais, com origem em B, divergindo de B' (imagem virtual de B) depois da refração; temos:

$$\text{sen } i \approx i \approx \text{tg } i$$

e de

$$\frac{n'}{n} = \frac{\text{sen } i}{\text{sen } i'} \approx \frac{AC/AB}{AC/AB'} = \frac{l'}{l}$$

concluimos que a cada l corresponde um valor de l' independente da posição de C.

III - Reflexão total

Quando a luz é reflectada na superfície de separação de dois meios, tais que n , índice de refração do meio em que se faz a incidência é maior que n' , índice de refração do 2º meio, o ângulo r é maior que i e a partir de um certo valor de i (chamado ângulo crítico) deixa de haver refração passando a haver apenas reflexão. A superfície de separação passa a actuar como um espelho e diz-se que há reflexão total.

Se designarmos por c o ângulo crítico, verificamos:

$$(VII-3) \quad \frac{n'}{n} = \text{sen } c.$$

VII. 4 - Formação de imagens em superfícies esféricas

Vamos agora estudar sistemas em que as superfícies separando os vários meios ópticos são esféricas. Se os centros de curvatura de todas as superfícies de separação são colineares, tal sistema chama-se sistema centrado. A linha recta que contém os centros de curvatura chama-se eixo principal, que, frequentemente, será designado apenas por eixo.

I - Refracção numa superfície esférica simples

A fig. VII.5 representa uma superfície esférica simples que separa dois meios de índices de refração n e n' , sendo C o centro de curvatura da superfície. Qualquer linha que passe por C pode ser escolhida como eixo; o ponto de

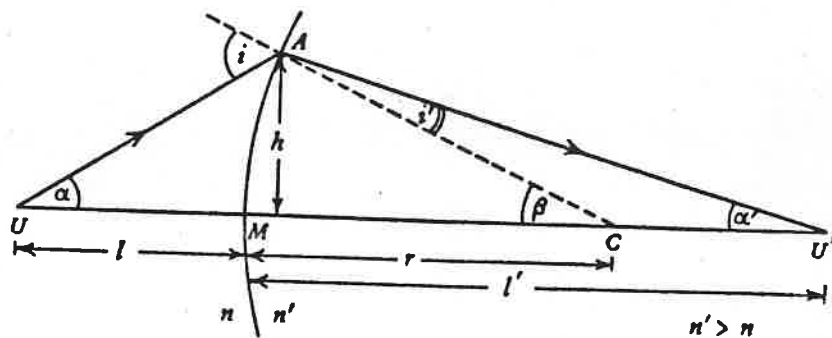


fig. VII.5

intersecção, M , do eixo com a superfície chama-se polo. Considere-se o raio UA dum ponto objecto sobre o eixo, U , incidindo na superfície em A , a uma distância h do eixo. Suponhamos que este raio depois de refractado corta o eixo em U' . Da figura tira-se que:

$$i = \alpha + \beta, \quad i' = \beta - \alpha'$$

Vamos limitar-nos ao estudo de raios paraxiais, isto é, raios que fazem pequenos ângulos com o eixo; então α , α' e β são pequenos e, conseqüentemente, i e i' também o são. Da lei de refração temos, então:

$$n' i' = n i$$

$$\text{ou} \quad n' (\beta - \alpha') = n (\alpha + \beta)$$

$$\text{donde:} \quad n' \alpha' + n \alpha = (n' - n) \beta \quad ;$$

tendo, mais uma vez, em conta que $\alpha, \alpha' + \beta$ são pequenos:

$$\alpha' = \frac{h}{l'} \quad , \quad \alpha = \frac{h}{l} \quad \text{e} \quad , \quad \beta = \frac{h}{r} \quad , \quad \text{vindo pois:}$$

$$n' \frac{h}{l'} + n \frac{h}{l} = (n' - n) \frac{h}{r}$$

ou:

$$(VII-4) \quad \frac{n'}{l'} + \frac{n}{l} = \frac{n' - n}{r}$$

Repare-se que no resultado obtido não figura h , o que significa que a posição de U' é independente do raio incidente (partindo de U) considerado, desde que nos mantivermos na aproximação de Gauss (paraxial); isto significa que, nestas condições, U' é o ponto imagem correspondente ao ponto objecto U . Se imaginarmos que se inverte o sentido dos raios vê-se que um ponto objecto colocado em U' dá uma imagem em U . Diz-se que U e U' são pontos conjugados.

Consideremos, agora, a situação representada na fig. VII.6; ao ponto imagem U corresponde uma imagem virtual U' , na qual parece ter origem todos os raios refractados.

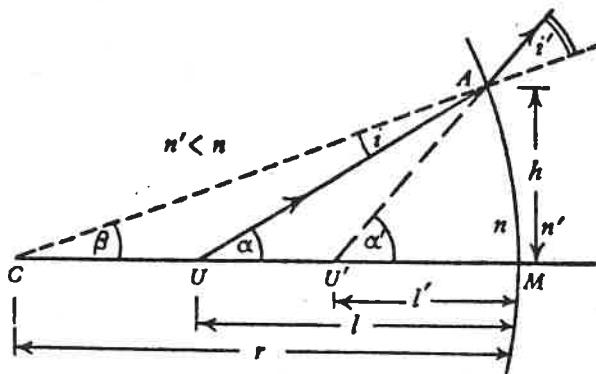


fig. VII.6

Teremos as seguintes relações:

$$i = \alpha - \beta \quad , \quad i' = \alpha' - \beta$$

$$n'(\alpha' - \beta) = n(\alpha - \beta), \text{ donde: } n'\alpha' - n\alpha = (n' - n)\beta$$

e, finalmente:

$$(VII-5) \quad \frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n' - n}{r}$$

A equação (VII-5) é semelhante à equação (VII-4), mas não idêntica; se considerarmos outros tipos de situações de refração numa superfície esférica, obteríamos, em cada caso, equações semelhantes às anteriores mas não idênticas. Será possível reduzi-las todas à mesma expressão? É-o desde que se faça uma conveniente convenção de sinais. Há várias convenções possíveis; de entre elas escolheremos a seguinte.

Convenções para as distâncias

(a) Distâncias longitudinais: são distâncias medidas ao longo do eixo a partir dum ponto (ou pontos) escolhido no sistema. São consideradas positivas se têm o sentido da luz incidente e negativas no caso contrário.

(b) Distâncias transversais: são distâncias em ângulo recto com o eixo, tais como alturas de objectos ou imagens; são consideradas positivas quando acima do eixo e negativas quando abaixo.

Sempre que possível, representaremos a luz incidente propagando-se da esquerda para a direita, e, nestas condições distâncias positivas são as medidas da esquerda para a direita e negativas as medidas em sentido contrário.

Convenções para os ângulos

Ângulos agudos entre raios e normais a superfícies ou entre raios e o eixo do sistema, são considerados positivos quando a rotação que levaria os raios até à normal ou até ao eixo, através desses ângulos, tem o sentido contrário ao do movimento das ponteiros dum relógio.

Se usarmos estas convenções nos sistemas estudados an-

teriormente vemos que na fig. VII.5 \underline{l}' e \underline{n} são positivos e \underline{l} é negativo. A fórmula (VII-4) vira, então, ficando $-\underline{l}$ no lugar de \underline{l} :

$$\frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n'-n}{r}$$

Na fig. VII.6 as três distâncias vêm negativas o que mantém a forma de (VII-5). Assim, com a convenção de sinais indicada, a expressão:

$$(VII-6) \quad \boxed{\frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n'-n}{r}}$$

é válida em todas as situações; análogamente, e tendo presente a convenção para os ângulos, será em qualquer caso:

$$(VII-7) \quad n'\alpha' - n\alpha = (n'-n)\beta = (n'-n) \frac{h}{r}$$

Focos e distâncias focais

O ponto objecto do eixo ao qual corresponde uma imagem infinitamente distante (raios emergentes paralelos ao eixo) chama-se primeiro foco (foco-objecto) do sistema e será representado por F ; a sua distância ao polo da superfície é a primeira distância focal, representando-se por f , e corresponde ao valor de \underline{l} para $l' = \infty$, vindo, por substituição na equação (VII-6)

$$(VII-8) \quad f = - \frac{n r}{n' - n}$$

O ponto imagem correspondente a um feixe incidente paralelo ao eixo é o segundo foco (foco-imagem), F' ; está a uma distância, f' , do polo da superfície, chamada segunda distância focal e dada por:

$$(VII-9) \quad f' = \frac{n' r}{n' - n}$$

Escrevendo a equação (VII-6) sob a forma:

$$\frac{n'}{l'} \cdot \frac{r}{n'-n} - \frac{n}{l} \cdot \frac{r}{n'-n} = 1$$

e tendo em conta (VII-8) e (VII-9), vem:

$$(VII-10) \quad \boxed{\frac{f'}{l'} + \frac{f}{l} = 1}$$

De (VII-8) e (VII-9) vem ainda:

$$(VII-11) \quad \frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n}$$

Podemos ainda obter a relação:

$$(VII-12) \quad \frac{n'}{f'} = -\frac{n}{f} = \frac{n'-n}{r} = P$$

A grandeza P assim definida chama-se potência da superfície.

II - Refracção numa lente delgada

Designa-se por lente um corpo transparente limitado por duas superfícies esféricas; lente delgada é aquela cuja espessura é desprezável em face dos raios das superfícies que a limitam e das distâncias objecto e imagem medidas a partir delas.

Consideremos a lente biconvexa representada na fig. VII.7 e sejam r_1 e r_2 os raios das duas superfícies. Sejam n , n' e n'' os índices de refração dos três meios envolvidos, tal como representado; sendo U o ponto objecto axial à distância l da primeira face, a sua imagem U' , à distância l' da 1ª face será formada por refração nesta face;

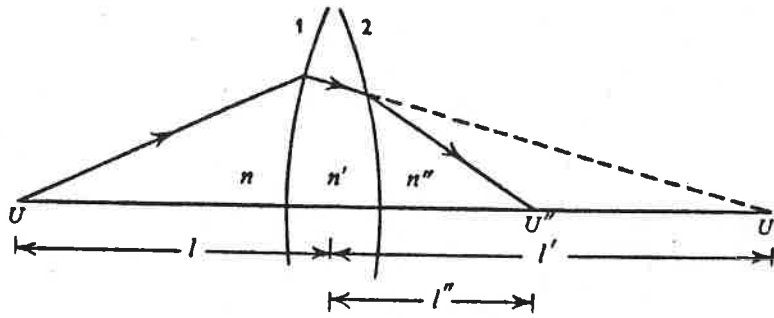


fig. VII. 7

podde escrever-se:

$$(VII-13) \quad \frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n' - n}{r_1} ;$$

U' vai ser, agora, o ponto objecto em relação à 2ª face e dada a pequena espessura da lente podemos considerá-lo também à distância l' da 2ª face; se fôr U'' , à distância l'' da 2ª face, o ponto imagem relativo à 2ª refração teremos:

$$(VII-14) \quad \frac{n''}{l''} - \frac{n'}{l'} = \frac{n'' - n'}{r_2} ,$$

e, por adição de (VII-13) e (VII-14),

$$(VII-15) \quad \frac{n''}{l''} - \frac{n}{l} = \frac{n' - n}{r_1} + \frac{n'' - n'}{r_2} .$$

Se os meios à esquerda e à direita da lente são o mesmo: $n = n''$, teremos:

$$\frac{1}{l''} - \frac{1}{l} = \left(\frac{n'}{n} - 1 \right) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

ou, usando símbolos com uma única face para o espaço imagem e $\mu = \frac{n'}{n}$ (índice de refração do material da lente relativo ao meio exterior).

$$(VII-16) \quad \frac{1}{l'} - \frac{1}{l} = (\mu-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

Analogamente ao que se faz para uma superfície esférica, os pontos f e f' são obtidos quando, respectivamente, l' e l iguais a infinito. Vem:

$$(VII-17) \quad \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f} = (\mu-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

$$(VII-18) \quad \frac{1}{l'} - \frac{1}{l} = \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f}$$

$$(VII-19) \quad \frac{f'}{l'} + \frac{f}{l} = 1$$

Associação de lentes delgadas

Considerem-se as duas lentes delgadas representadas na fig. VII-8 separadas pela distância d . O raio, paralelo ao eixo

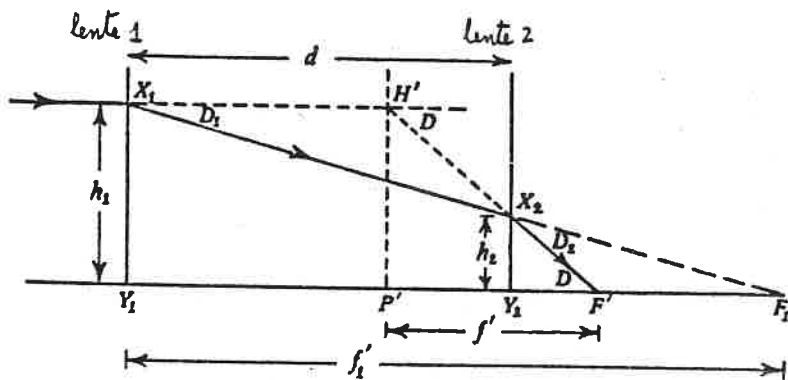


fig. VII.8

do sistema, que incide na lente 1 e é refractada na direcção do 2º ponto focal F'_1 , sofrendo um desvio na sua direcção medido pelo ângulo $D_1 = \frac{h_1}{f'_1}$; ao incidir na 2ª lente o raio luminoso

nesso, sofrerá nova refração, em um desvio D_2 , que, dentro de aproximação, que continuamente admitir, de pequenos ângulos de incidência, é o mesmo para qualquer incidência e será dado por $D_2 = \frac{h_2}{f'_2}$. O desvio total D é a soma de D_1 e D_2 e parece ocorrer no ponto H' de intersecção dos raios final e inicial. Ver-se facilmente, observando a figura, que o efeito produzido, no raio incidente, pela associação das duas lentes é o mesmo que seria produzido por uma lente simples, de segunda distância focal $\overline{P'H'}$ e colocada em $P'H'$; $\overline{P'H'}$ chama-se distância focal equivalente da associação; vejamos como se relaciona com as distâncias focais das lentes associadas.

$$\text{De} \quad D = D_1 + D_2$$

$$\text{vem:} \quad \frac{h_2}{f'} = \frac{h_1}{f'_1} + \frac{h_2}{f'_2}$$

Das triângulos semelhantes $X_1 Y_1 F'_1$ e $X_2 Y_2 F'_2$ sai:

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{f'_2 - d}{f'_1} \quad \text{ou seja:} \quad h_2 = h_1 \left(1 - \frac{d}{f'_1} \right)$$

e, por substituição na expressão anterior:

$$\frac{h_2}{f'} = \frac{h_2}{f'_2} + \frac{h_2}{f'_2} - \frac{h_2 d}{f'_1 f'_2}$$

ou:

$$(VII-20) \quad \boxed{\frac{1}{f'} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2} - \frac{d}{f'_1 f'_2}}$$

Desta expressão obtém-se imediatamente a relação válida para o caso de lentes delgadas coladas

$$(VII-21) \quad \boxed{\frac{1}{f'} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2}}$$

O inverso da segunda distância focal de um sistema em ar nos seus dois extremos chama-se potência do sistema e representa-se por P ; exprime-se em dioptrias quando a distância focal se exprime em metros.

A equação (VII-20) pode então escrever-se:

(VII-20')

$$P = P_1 + P_2 - d P_1 P_2$$

e a equação (VII-21):

(VII-21')

$$P = P_1 + P_2$$

onde P é a potência da associação de lentes e P_1 e P_2 as potências das lentes 1 e 2, respectivamente.

Retornemos a equação (VII-17) reescrita sob a forma:

$$\frac{1}{f'} = \frac{\mu-1}{r_1} - \frac{\mu-1}{r_2} ;$$

se supozermos o sistema imerso no ar podemos tomar $\mu = n$ com boa aproximação; virá:

$$\frac{1}{f'} = \frac{n-1}{r_1} + \frac{1-n}{r_2}$$

Os termos do 2.º membro da equação anterior representam [eq. (VII-12)] as potências das superfícies que limitam a lente; então, a potência da lente, P , é dada por:

(VII-22)

$$P = P_{S_1} + P_{S_2}$$

A potência da lente delgada é a soma das potências das superfícies que a limitam.

Imagens de objectos extensos

Para abordar este problema estudemos o efeito, na formação da imagem, dum deslocamento longitudinal e dum deslocamento transversal do objecto.

Deslocamento longitudinal do ponto objecto

Consideremos a relação (VII-10,19) que relaciona, entre si, as distâncias, ao sistema, do objecto e de sua imagem:

$$\frac{f'}{l'} + \frac{f}{l} = 1$$

A diferenciação desta expressão dá:

$$\frac{f' dl'}{l'^2} + \frac{f dl}{l^2} = 0, \quad \text{donde:}$$

$$\frac{dl'}{dl} = - \frac{f}{f'} \cdot \frac{l'^2}{l^2}$$

Para uma superfície simples: $\frac{f'}{f} = - \frac{n'}{n}$ e

$$(VII-23) \quad \boxed{\frac{dl'}{dl} = \frac{n}{n'} \frac{l'^2}{l^2}}$$

Para uma lente delgada: $f' = -f$, e

$$(VII-24) \quad \boxed{\frac{dl'}{dl} = \frac{l'^2}{l^2}}$$

Note-se que no caso da imagem formada por refração $\frac{dl'}{dl}$ é sempre positivo, o que implica que a mesma frequência de variações da posição do objecto ao longo do eixo converte-se

uma pequena variação da posição da imagem do mesmo sinal, m seja no mesmo sentido ao longo do eixo.

No caso de reflexões (que corresponde a $m' = -m$), teremos:

$$\frac{dl'}{dl} = - \frac{l'^2}{l^2}$$

e portanto negativo.

Deslocamento transversal do ponto objecto

A fig. (VII.9) representa uma superfície esférica de separação de dois meios; C é o centro de curvatura da superfície e MC o eixo escolhido como principal. V e V' são pontos conjugados neste eixo. Considere-se o ponto objecto B à distância f de U ;

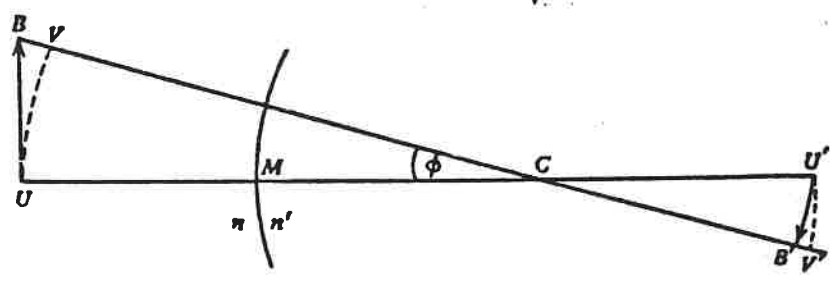


fig. VII.9

se ligarmos B a C , a linha BC pode também ser tomada como eixo do sistema pois também é perpendicular à superfície; chamar-lhe-emos eixo auxiliar. B terá, evidentemente uma ponto imagem, B' , sobre o eixo auxiliar, obtido por refração dos raios paraxiais em relação a este eixo. V e V' são, por sua vez, os pontos de intersecção, com o eixo auxiliar, das arcos de circunferências, com centros em C , e de raios CV e CV' respectivamente; estas, evidentemente, às mesmas distâncias, l e l' , da superfície, que V e U' , e são, portanto, pontos conjugados no eixo BC . Repara-se, agora, que B está mais distanciado da superfície do que V de uma distância que designaremos por $\Delta l = BV$. Pelo que vimos atrás, o ponto B' estará mais próximo da superfície do que V' de uma distância $\Delta l'$ relacionada com Δl pela expressão (VII.23). Então

o objecto rectilíneo UB dará origem a uma imagem encurvada U'B', e, dum modo geral, um plano objecto que passe por V, perpendicular ao eixo, terá por imagem uma superfície curva que passa por V' e é simétrica em relação ao eixo principal. Esta curvatura de imagem corresponde a um defeito na sua obtensão que se designa por aberração do sistema.

Se a distância de B ao eixo for pequena comparada com as distâncias l e l' , o ângulo ϕ entre os dois eixos é pequeno, e, nessas condições, no triângulo BVC a hipotenusa BC pode ser considerada igual ao lado VC; isto significa que B e V estão sucessivamente na mesma posição de tal modo que B' coincide com V', que, por sua vez, e por argumentos semelhantes, pode considerar-se sobre a perpendicular ao eixo que passa por U'. A imagem dum ponto dum plano perpendicular ao eixo que passa por V situa-se, então, num plano, perpendicular ao eixo que passa por V'; tais planos chamam-se conjugados. Um plano-objecto perpendicular ao eixo dará ainda um plano-imagem perpendicular ao eixo, quando a imagem é formada por um sistema centrado mais complicado, desde que se mantenham as mesmas limitações. Isto é necessariamente assim visto que qualquer sistema se pode tratar como uma sucessão de superfícies entre dois meios.

Vejamus, agora, qual a relação, no caso de uma superfície esférica, entre a distância f do ponto B ao eixo e a

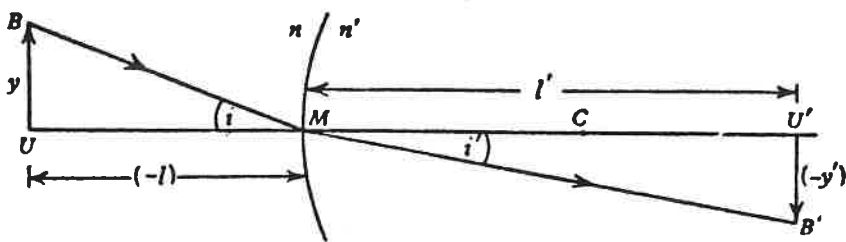


fig. VII.10

distância f' do ponto imagem (fig. VII.10)

Pela lei de refração:

$$n i = n' i'$$

ou seja:

$$n \left(\frac{f}{-l} \right) = n' \left(\frac{-f'}{l'} \right)$$

donde:

(VII-25)

$$\frac{f'}{f} = \frac{n}{n'} \cdot \frac{l'}{l}$$

Para uma lente delgada, tendo em conta que o raio que passa pelo centro da lente não é desviado porque nessa zona as duas superfícies são paralelas, obter-se-ia por uma dedução semelhante:

(VII-26)

$$\frac{f'}{f} = \frac{l'}{l}$$

As expressões (VII-23) (VII-24) (VII-25) e (VII-26) que nos dão as amplificações longitudinais e transversais para uma superfície simples e para lentes delgadas são de aplicação mais geral. Com efeito, as fórmulas que correspondem à superfície simples são aplicáveis a todos os raios, mas ópticos que têm meios diferentes nos seus extremidades; as fórmulas da lente delgada a aqueles que têm nos extremos o mesmo meio.

Relações de Lagrange ou de Helmholtz

Considere-se a fig. (VII.11), na qual está traçado o

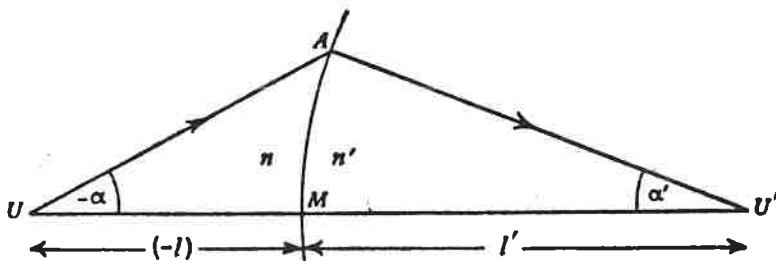


fig. VII.11

raio paraxial UA e o correspondente raio AU'.

Tem-se, evidentemente: $AM = \alpha l = \alpha' l'$;
 se tivermos em conta a relação (VII-25) resulta:

(VII-27)

$$n f \alpha = n' f' \alpha'$$

que é a chamada relação de LaGrange ou relação de Helmholtz.

Esta relação é válida para qualquer sistema centrado, visto que numa segunda face teríamos:

$$n' f' \alpha' = n'' f'' \alpha''$$

e relações semelhantes seriam obtidas para as sucessivas superfícies de refração dos diferentes meios do sistema; assim, obter-se-á para o sistema global

$$n f \alpha = n' f' \alpha'$$

onde os símbolos sem apóstrofo se referem ao raio incidente no sistema e os símbolos com apóstrofo ao raio que dele emerge.

A importância desta relação reside no facto de que a amplificação transversal, f'/f , para um par de planos conjugados é relacionada com as inclinações, em relação ao eixo, dos raios que passam pelas fronteiras desses planos; o quociente α'/α designa-se por amplificação angular. As amplificações transversal e angular são pois inversamente proporcionais.

Na fig. VII.12 apresentam-se alguns exemplos do traçado gráfico de imagens para o caso duma superfície esférica. Para lentes delgadas ter-se-iam construções semelhantes com a diferença de que neste caso f' e f seriam numericamente iguais.

Os casos (I) - (III) correspondem a superfícies convergentes.

Os casos (IV) - (VI) correspondem a superfícies divergentes.

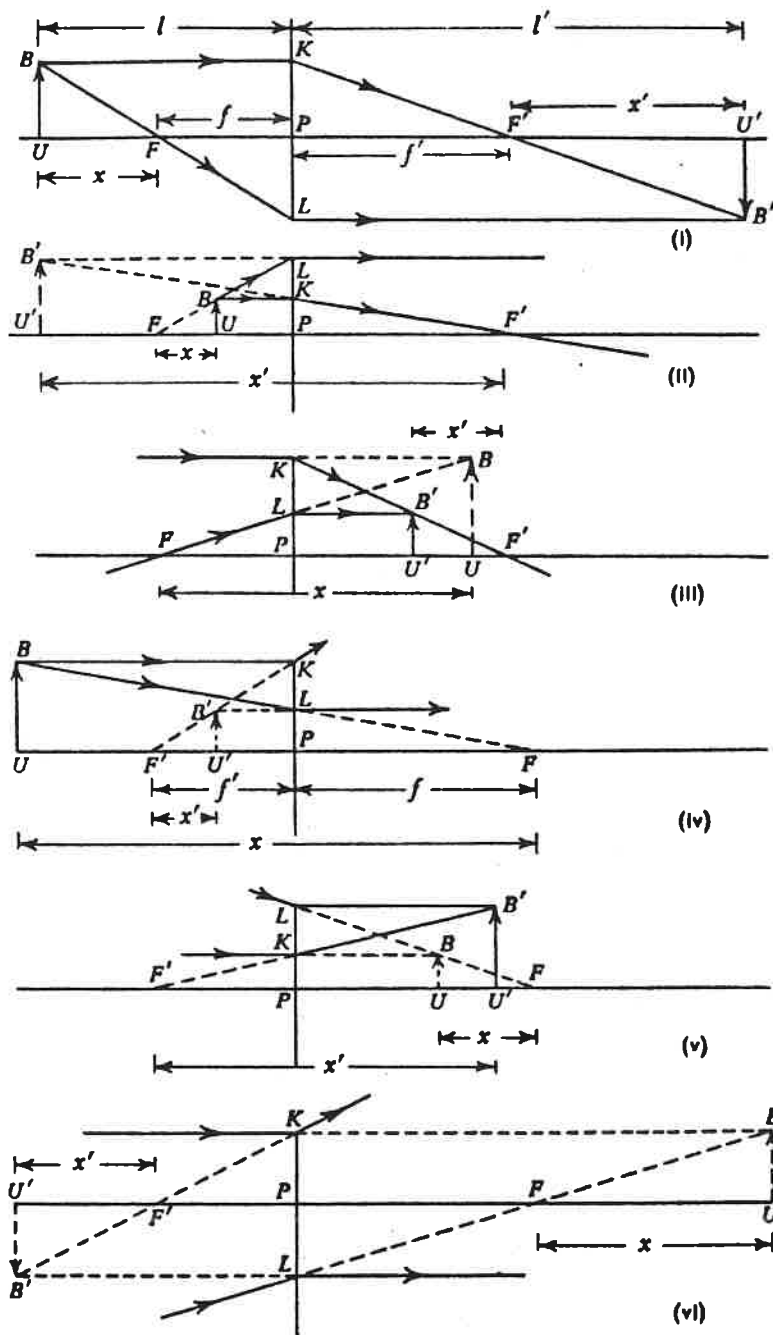


fig. VII. 12

VII. 5 - Planos principais dum sistema óptico centrado Pontes cardiais do sistema.

I - Definições e relações gerais dos sistemas centrados

Qualquer sistema óptico centrado, embora complexo, pode ser tratado como uma sucessão de superfícies esféricas; estas podem ser consideradas uma por uma, funcionando

do a imagem formada na 1ª superfície como objecto para a 2ª e assim sucessivamente; dado que este processo seria longo e fastidioso procurou-se descobrir o modo de tratar o sistema óptico como uma unidade e encontrar as relações que se lhe aplicam neste tal tratamento.

Para abordar este assunto começa-se por considerar o sistema constituído por 2 lentes delgadas 1 e 2 separadas por uma distância d . Como se vê na fig. VII.13, o raio que

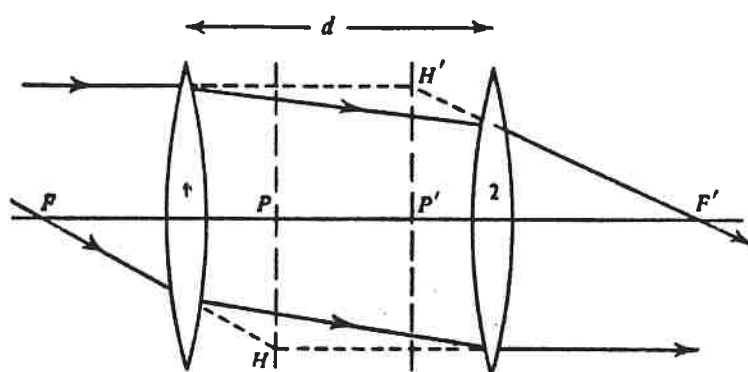


fig. VII.13

incide no sistema paralelamente ao eixo e que emerge se quando uma direcção que intersecta o eixo em F' , parece ser desviado no ponto H' , enquanto que o raio que incide no sistema passando pelo 1º ponto focal, parece desviado no ponto H para emergir paralelamente ao eixo; os planos, perpendiculares ao eixo, que passam pelos pontos H e H' intersectam o eixo nos pontos P e P' , respectivamente.

A distância focal equivalente do sistema é dada pela equação (VII-20)

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f_1'} + \frac{1}{f_2'} - \frac{d}{f_1' f_2'}$$

a qual é simétrica em f_1' e f_2' , e portanto independente da ordem pela qual a luz atravessa as duas lentes; se considerarmos que invertemos o sentido do raio inferior (o qual passaria a incidir no sistema paralelamente ao eixo) concluímos que as distâncias PF e $P'F'$ devem ser iguais, pois ambas correspondem à distância focal equivalente do sistema.

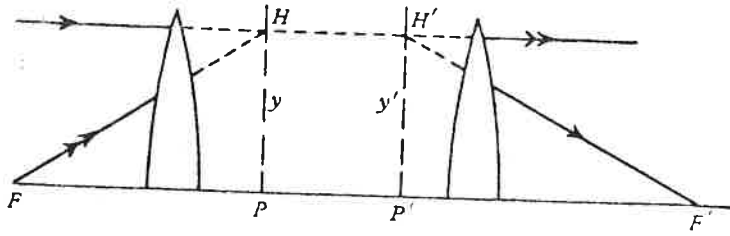


fig. VII. 13'

Na fig. VII.13' estão traçados raios semelhantes aos da fig. VII.13 mas escolhidos de tal modo que a altura, acima do eixo, do raio incidente paralelo (que emerge por F') e a mesma do raio emergente paralelo ao eixo (que tem origem em F). O par de raios, que converge em H , antes de entrar no sistema, transforma-se no par de raios que emerge divergindo de H' . H e H' confundem-se, pois, como frontes conjugadas, o mesmo acontecendo a todo o par de pontos equidistantes do eixo nos planos PH e $P'H'$; estes planos chamam-se planos principais do sistema e os pontos P e P' de intersecção com o eixo

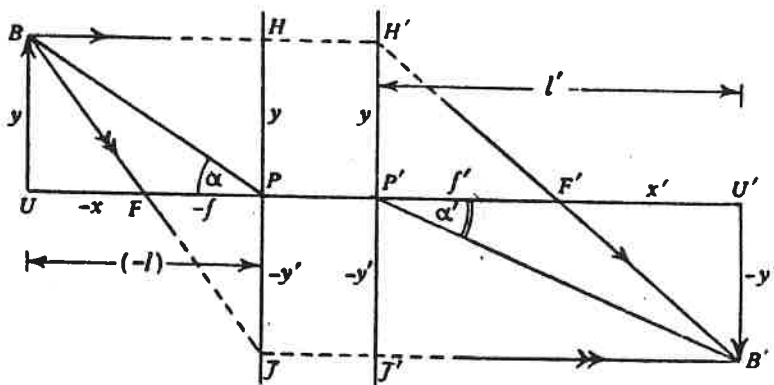


fig. VII.14

frontes principais do sistema; quando a luz tem o sentido representado P é o 1.º ponto principal e P' o 2.º ponto principal. Dado que H e H' são frontes conjugadas, qualquer raio paraxial incidente dirigido para H deve emergir passando por H' .

Vamos agora ver que, se as posições dos planos principais são conhecidas, o comportamento do sistema pode ser previsto. Veremos mais adiante, para casos especiais, como encontrar estas posições.

Considere-se a situação representada na fig. VII.14, que nos vai servir para deduzir as relações que procuramos, as quais são, no entanto, válidas para outras situações (ordem dos planos principais alterada, diferentes posições dos objectos, ...), junto aos planos principais utilizam-se linhas traçadas para significar que o verdadeiro percurso dos raios dentro do siste-

mas não está representado. Como se vê da figura l e l' são as distâncias do objecto e da imagem ao primeiro e segundo planos principais, respectivamente; os sinais de l e l' (medidos a partir de P e P') respeitam as convenções usuais; x e x' são as distâncias do objecto e da imagem aos focos F e F' , medidas a partir destes, e com a mesma convenção de sinal.

Como os triângulos BUF e JPF são semelhantes, tem-se

$$(VII-28) \quad \frac{-f'}{f} = \frac{-f}{-x}$$

e dos triângulos $B'U'F'$ e $H'P'F'$

$$(VII-29) \quad \frac{f}{-f'} = \frac{f'}{x'}$$

Por multiplicação destas expressões resulta:

$$(VII-30) \quad \boxed{xx' = ff'}$$

De (VII-28) resulta ainda:

$$(VII-31) \quad \frac{-f'}{f-f'} = \frac{-f}{-x-f} = \frac{-f}{-l}$$

e de (VII-29):

$$(VII-32) \quad \frac{f}{f-f'} = \frac{f'}{x'+f'} = \frac{f'}{l'}$$

Somando (VII-31) e (VII-32) vem:

$$(VII-33) \quad \boxed{\frac{f'}{l'} + \frac{f}{l} = 1}$$

Note-se que da expressão (VII-28): $\frac{-f'}{f} = \frac{f}{x}$ se conclui que a amplificação transversal α' depende da abscissa x .

As equações (VII-30) e (VII-33) são análogas a expressões obtidas para sistemas mais simples; elas mostram-se aqui de aplicação mais geral desde que l , l' , f e f' sejam medidas a partir dos pontos principais como indicados.

Por divisão de (VII-31) e (VII-32) obtém-se:

$$(VII-34) \quad \frac{f'}{f} = -\frac{l'}{l} \cdot \frac{f}{f'}$$

Se agora aplicarmos a relação de Lagrange, que vimos ser válida para um sistema entido qualquer, aos planos principais, obtém-se, tendo em conta que para estes planos a amplificação transversal é $+1$,

$$n\alpha = n'\alpha'$$

$$\text{ou} \quad n \frac{f}{-l} = n' \frac{-f'}{l'}$$

donde:

$$(VII-35) \quad \boxed{\frac{f'}{f} = \frac{n}{n'} \cdot \frac{l'}{l}}$$

e, por comparação com (VII-34)

$$(VII-36) \quad \boxed{\frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n}}$$

fácilmente se obtém também:

$$(VII-37) \quad \boxed{\frac{dl'}{dl} = -\frac{f}{f'} \cdot \frac{l'^2}{l^2} = \frac{n}{n'} \cdot \frac{l'^2}{l^2}}$$

II - Localizações dos pontos principais em casos especiais

a) Sistemas constituídos por duas lentes delgadas separadas

Considere-se a fig. (VII-15); represente-se por κ e κ' as distâncias do primeiro plano principal à primeira lente e do 2º plano principal à 2ª lente, com as convenções de sinais habituais, e medidas a partir das lentes.

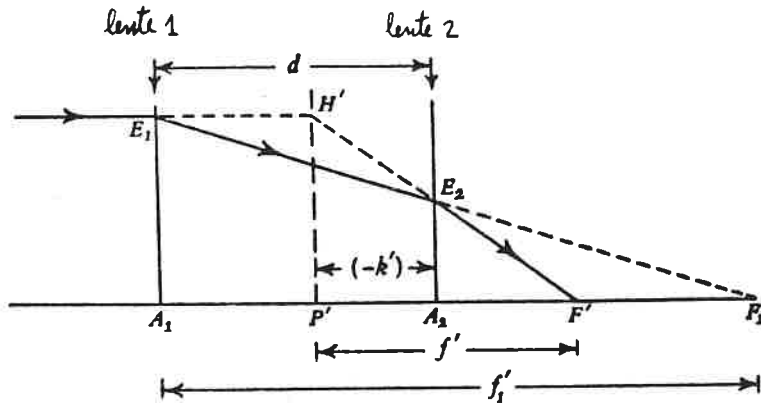


fig. VII.15

Dos triângulos $A_1 E_1 F'_1$ e $A_2 E_2 F'_2$ tem-se:

$$\frac{A_1 E_1}{A_2 E_2} = \frac{A_1 F'_1}{A_2 F'_2} = \frac{f'_1}{f'_2 - d}$$

Dos triângulos $P' H' F'_2$ e $A_2 E_2 F'_2$

$$\frac{P' H'}{A_2 E_2} = \frac{P' F'_2}{A_2 F'_2} = \frac{f'}{f' - (-\kappa')}$$

Como $P' H' = A_2 E_1$, vem:

$$\frac{f'_1 - d}{f'_1} = \frac{f' + \kappa'}{f'} \quad \text{ou} \quad 1 - \frac{d}{f'_1} = 1 + \frac{\kappa'}{f'}$$

donde:

$$(VII-38) \quad \kappa' = -d \frac{f'}{f'_1}$$

analogamente se obtém:

$$(VII-39) \quad k = d \frac{f}{f_2} = d \frac{f'}{f'_2}$$

b) Lente espessa

Para encontrar as posições dos planos principais utiliza-se o processo geral; o segundo plano principal é o plano, perpendicular ao eixo, onde um raio, paralelo ao eixo, parece divergir para emergir passando pelo foco; o primeiro plano principal encontra-se por via análoga considerando um raio paralelo ao eixo no espaço imagem. Na fig. VII.16 exemplifica-se o traçado que permite localizar P' para a lente espessa representada; no traçado dos raios em cada superfície utiliza-se a equação (VII-7).

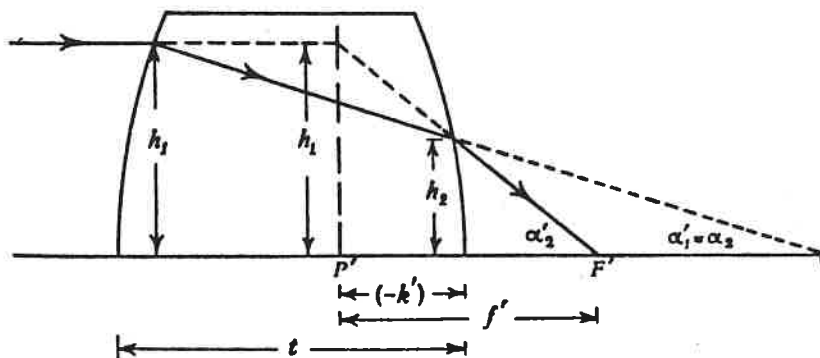


fig. VII.16

Dado que os raios paraxiais são pouco inclinados sobre o eixo, o ponto de refração, na superfície curva, está também próximo do eixo, o que implica que esteja num plano transversal ao eixo que difere pouco do plano em que se encontra o polo da superfície; então, para raios paraxiais, as superfícies de refração são, aproximadamente, planos transversais ao eixo cuja separação é a espessura axial, t , da lente.

Se n for o índice de refração do material da lente e o meio exterior for o ar, da equação (VII-7) na sua forma:

$$n'\alpha' - n\alpha = Ph$$

aplicando às superfícies da lente representada, sai:

$$\mu \alpha'_1 = P_1 h_1 \quad (\alpha_1 = 0)$$

$$\alpha'_2 - \mu \alpha_2 = P_2 h_2 \quad (\alpha_2 = \alpha'_1) \quad ;$$

por outro lado, tem-se: $h_1 - h_2 = t \alpha_2$

Das três equações:

$$\mu \alpha_2 = P_1 h_1 \quad ; \quad \alpha'_2 - \mu \alpha_2 = P_2 h_2 \quad ; \quad h_2 = h_1 - t \alpha_2 \quad ;$$

resulta:
$$\frac{\alpha'_2}{h_1} = P_1 + P_2 - \frac{t}{\mu} P_1 P_2$$

e como, $\frac{\alpha'_2}{h_1} = \frac{1}{f'}$, que é a potência P da lente espessa:

$$(VII-40) \quad \boxed{P = P_1 + P_2 - \frac{t}{\mu} P_1 P_2}$$

Representando por κ' a distância do 2º plano principal ao polo da 2ª superfície da lente tomada como origem, vem:

$$-\kappa' = \frac{h_1 - h_2}{\alpha'_2} = \frac{t \alpha_2}{\alpha'_2} = t \frac{P_1 h_2 / \mu}{P h_1}$$

$$(VII-41) \quad \kappa' = - \frac{t}{\mu} \frac{P_1}{P} \quad ;$$

analogamente se obtém:

$$(VII-42) \quad \kappa = + \frac{t}{\mu} \frac{P_2}{P}$$

Se fizermos as substituições $P_1 = \frac{\mu - 1}{n_1}$, $P_2 = \frac{1 - \mu}{n_2}$,
obtemos: a:

$$(VII-43) \quad \frac{1}{f'} = (\mu - 1) \left[\frac{1}{n_1} - \frac{1}{n_2} + \frac{t}{\mu} \cdot \frac{\mu - 1}{n_1 n_2} \right]$$

$$(VII-44) \quad \kappa' = -\frac{t}{\mu} \cdot \frac{n_2}{n_2 - n_1 + \frac{t}{\mu}(\mu - 1)}$$

$$(VII-45) \quad \kappa = -\frac{t}{\mu} \cdot \frac{n_1}{n_2 - n_1 + \frac{t}{\mu}(\mu - 1)}$$

Na fig. VII.17 representam-se as posições dos planos principais, para diferentes tipos de lentes espessas, cujas características são indicadas no quadro abaixo; tem-se, em todos os casos, $\mu = 1,50$; $t = 30$.

caso	n_1	n_2	κ	κ'	f'
a	+100	-100	10.5	-10.5	+105.3
b	+100	∞	0	-20	+200
c	+100	+200	-18.2	-36.4	+363.6
d	+15	-15	15	-15	+22.5

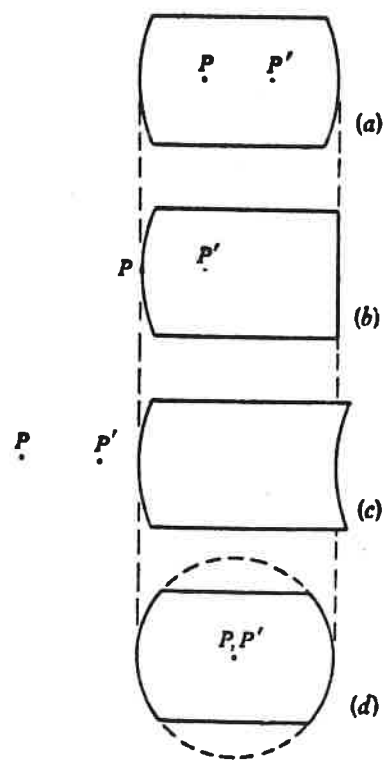


fig. VII.17

III - Pontos e planos nodais

Pontos nodais são pontos axiais tais que um raio que incide na direcção do primeiro emerge, passando pelo segundo, numa direcção paralela à de incidência.

Sejam, na fig. VII.18, N e N' dois pontos axiais conjugados, α , α' , β e β' as inclinações, em relação ao eixo, de raios frontais que incidem no eixo passando por N e dele emergem passando por N' .

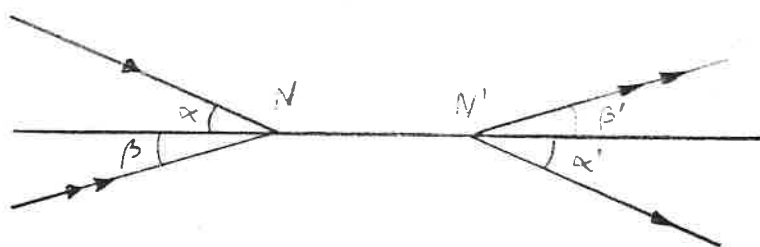


fig. VII.18

Da relação de Lagrange tem-se:

$$n' f' \alpha' = n f \alpha$$

$$n' f' \beta' = n f \beta$$

ou seja:
$$\frac{\beta'}{\beta} = \frac{\alpha'}{\alpha} ;$$

se N e N' forem os pontos nodais procurados será $\alpha' = \alpha$, donde, pela relação anterior, $\beta' = \beta$; analogamente, para qualquer outro par de raios conjugados se terá direcções de incidência e emergência paralelas; daqui resulta que um feixe de raios que converge em N com uma dada abertura angular emerge de N' com a mesma abertura. Por esta razão N e N' também se chamam pontos de amplificação angular unitária positiva.

A localização dos pontos nodais em relação aos focos e pontos principais pode encontrar-se a partir da construção representada na fig. VII.19. Trace-se a linha FH que passa pelo 1º ponto focal e corte o plano principal em H ; o raio emergente correspondente será paralelo ao eixo, passando por H' ,

no 2º plano principal, à mesma altura em relação ao eixo que H;
seja B' o ponto em que este raio intersecta o 2º plano focal;

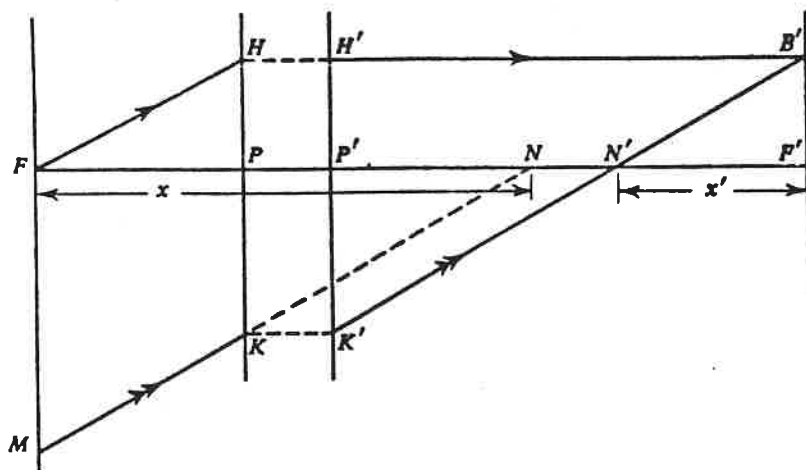


fig. VII-19

Como B' está no 2º plano focal ele será a imagem dum feixe de raios paralelos, que terá, necessariamente a inclinação de FH, visto que este raio passa por B' depois da refração. Então, um raio emergente, que passe por B', paralelo a FH, será paralelo à sua direcção de incidência; B'N', que satisfaz esta condição, corta, pois, o eixo no 2º ponto nodal. Seja K' o ponto de intersecção com o 2º plano principal da recta B'N'; K será o ponto em que o raio incidente, que emerge por K'N'B', corta o 1º plano principal. Trace-se uma linha, passando por K, paralela a K'N'B'; corta o eixo em N e o 1º plano focal em M; o raio MK é o raio incidente que se transforma em K'B' e N é evidentemente o 1º ponto nodal.

Da fig. VII.19 também se pode deduzir as posições dos pontos nodais. Visto que KK'N'N é um paralelogramo

$$NN' = KK' = PP'$$

ou seja a separação dos pontos nodais é igual à dos pontos principais e, se, como no caso representado, o 2º ponto principal está à direita do 1º o mesmo acontece com os pontos nodais.

Por outro lado, como os triângulos FPH e N'F'B' são iguais

$$N'F' = FP = f$$

e como os triângulos FMN e $K'H'B'$ também são iguais:

$$FN = H'B' = P'F' = f'$$

Os pontos nodais são, pois, os pontos conjugados para os quais:

$$x = f' \quad , \quad x' = f$$

ou seja, a distância do 1º foco ao 1º ponto nodal é igual à segunda distância focal e a distância entre o 2º foco e o 2º ponto nodal é a primeira distância focal. Assim, as posições dos pontos nodais fica completamente determinadas em função das posições dos focos e dos pontos principais.

Se o sistema tiver nas suas extremidades meios com o mesmo índice de refração, será $f' = -f$ e

$$FN = x = f' = -f = FP,$$

o que significa que P e N coincidem; o mesmo se poderia concluir para P' e N' . Logo, se o sistema tiver nas suas extremidades meios com o mesmo índice de refração os pontos nodais e os pontos principais coincidem.

Chamam-se planos nodais os planos transversais ao eixo que passam pelos pontos nodais; são, evidentemente, planos conjugados para os quais se obtém, pela relação de Lagrange

$$(VII-46) \quad \frac{f'}{f} = \frac{n}{n'}$$

esta relação comparada com (VII-35) mostra que para os planos nodais se tem

$$l = l'$$

IV - Associação de sistemas ópticos

Consideremos dois sistemas ópticos centrados (1) e (2) de pontos cardiais, respectivamente, (H_1, H'_1, F_1, F'_1) e (H_2, H'_2, F_2, F'_2) e de eixos coincidentes. Seja Δ a distância entre o foco imagem F'_1 do sistema (1) e o foco objeto F_2 do sistema (2); chama-se esse intervalo dos dois sistemas.

Para encontrar, graficamente, a formação dos pontos cardiais (H, H', F, F') do sistema resultante, procede-se da seguinte maneira (fig. VII.20):

Traca-se um raio incidente paralelo ao eixo, que emerge do sistema (1) passando pelo foco F'_1 e vem incidir no sistema (2).

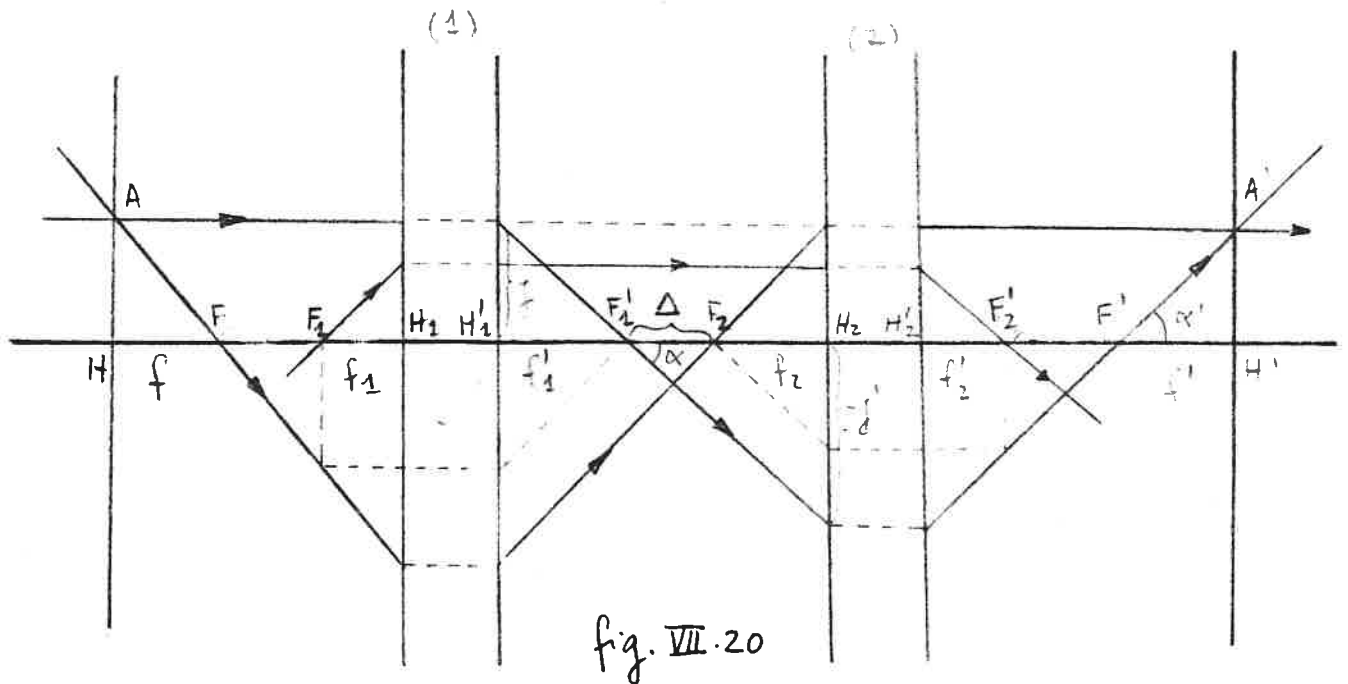


fig. VII.20

determina-se o seu conjugado em relação a este sistema por meio de um raio auxiliar paralelo que passe pelo foco F_2 . O raio emergente do sistema (2) encontra o eixo no ponto F' que é o foco imagem do sistema resultante e encontra, no ponto A' , o prolongamento do raio incidente seu conjugado. O plano normal ao eixo que passe por A' é o plano principal imagem H' do sistema resultante.

Procura-se depois o raio incidente cujo conjugado no espaço-objeto é paralelo ao eixo e passe pelo ponto A' . Para isso considera-se invertido o sentido de propagação da luz; o raio paralelo ao eixo, que passa pelo ponto A' do espaço-objeto, corres-

passa um raio que passa pelo foco F_2 ; o raio incidente, em função de sua relação ao sistema (1) determina-se por meio de um raio auxiliar paralelo que passa pelo foco F'_1 ; o raio incidente encontra o eixo no ponto F que é o foco objecto do sistema resultante e encontra, no ponto A , o prolongamento do raio emergente seu conjugado; o plano normal ao eixo que passa por A é o plano principal de ponto, H , do sistema resultante.

Vejamus, agora, como estabelecer as relações entre as distâncias focais $f, f', f_1, f'_1, f_2, f'_2$ dos sistemas resultante e associados.

Continuando a considerar a aproximação paraxial:

$\tan \alpha \approx \alpha; \tan \alpha' \approx \alpha'$; donde:

$$\alpha = \frac{f}{f'_1} \quad -\alpha' = \frac{f}{-f'_1} \quad \frac{\alpha}{\alpha'} = \frac{f'_1}{f'_1}$$

$$\alpha = \frac{-f'_1}{-f_2 + \Delta} \quad -\alpha' = \frac{-f'_1}{f'_2 + \overline{F'_2 F'}} \quad \frac{\alpha}{\alpha'} = -\frac{f'_2 + \overline{F'_2 F'}}{-f_2 + \Delta};$$

Como os pontos F'_2 e F' são conjugados em relação ao sistema (2):

$$\overline{F'_2 F'} \times (-\Delta) = f_2 f'_2, \quad \text{donde: } \overline{F'_2 F'} = -\frac{f_2 f'_2}{\Delta}$$

Substituído esta expressão de $\overline{F'_2 F'}$ na expressão de $\frac{\alpha}{\alpha'}$:

$$\frac{\alpha}{\alpha'} = -\frac{f'_2 - \frac{f_2 f'_2}{\Delta}}{-f_2 + \Delta} = -\frac{\frac{f'_2 (\Delta - f_2)}{\Delta}}{-f_2 + \Delta} = -\frac{f'_2}{\Delta}$$

e, igualando à primeira expressão obtida para $\frac{\alpha}{\alpha'}$:

$$\frac{f'_1}{f'_1} = -\frac{f'_2}{\Delta}, \quad \text{ou}$$

(VII-47)

$$\boxed{f'_1 = -\frac{f'_1 f'_2}{\Delta}}$$

Tenhamos agora em conta que pelo facto de os pontos F_1 e F_2 serem conjugados em relação ao sistema (1), temos:

$$\overline{F_1 F} \times \Delta = f_1 f'_1 \quad \overline{F_2 F} = \frac{f_2 f'_2}{\Delta} ;$$

por os pontos F'_1 e F' serem conjugados em relação ao sistema (2):

$$(-\Delta) \cdot \overline{F'_2 F'} = f_2 f'_2 \quad \overline{F'_2 F'} = \frac{f_2 f'_2}{-\Delta} ;$$

dos pontos F_1 e F'_2 , conjugados em relação ao sistema resultante:

$$\overline{F_1 F'_2} \cdot \overline{F' F'_2} = f f' \quad , \text{ ou seja:}$$

$$(VII-48) \quad f f' = \frac{f_1 f'_1 f_2 f'_2}{-\Delta^2} ;$$

substituído na expressão (VII-48) o valor de f' dado por (VII-47):

$$(VII-49) \quad \boxed{f = \frac{f_1 f_2}{\Delta}}$$

Note-se que esta expressão de f também se poderia ter obtido, por processo análogo ao que utilizámos para calcular f' , a partir das inclinações sobre o eixo do raio incidente AF e do seu conjugado em relação ao sistema (1).

CAP. VIII - INTERFERÊNCIAS

VIII. 1 - Introdução

A teoria das interferências ópticas baseia-se no princípio de superposição dos campos electromagnéticos; de acordo com este princípio, o campo eléctrico \vec{E} produzido num ponto por várias fontes é dado pela soma:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots$$

onde $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \dots$ são os campos criados, nesse ponto, pelas diferentes fontes, separadamente. O mesmo é válido para os campos magnéticos.

Consideremos, então, duas ondas planas, harmónicas, polarizadas linearmente, com a mesma frequência ω . Os campos eléctricos serão:

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_{o1} e^{i(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega t + \phi_1)}$$

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_{o2} e^{i(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t + \phi_2)}$$

\vec{k}_1 e \vec{k}_2 são os vectores de onda, com a direcção da propagação da onda respectiva.

Se a diferença de fase, $\phi_1 - \phi_2$, for constante, as duas fontes dizem-se coerentes; as ondas resultantes dizem-se também, coerentes.

Como se sabe, a intensidade (média) num ponto é proporcional ao quadrado da amplitude do campo nesse ponto; temos, então, a menos de um factor constante:

$$\begin{aligned}
 I &= |\vec{E}|^2 = \vec{E} \cdot \vec{E}^* = (\vec{E}_1 + \vec{E}_2) \cdot (\vec{E}_1^* + \vec{E}_2^*) \\
 &= \vec{E}_{o1}^2 + \vec{E}_{o2}^2 + 2 \vec{E}_{o1} \cdot \vec{E}_{o2} \cos \theta \\
 &= I_1 + I_2 + 2 \vec{E}_{o1} \cdot \vec{E}_{o2} \cos \theta
 \end{aligned}$$

$$\text{com } \theta = \vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \vec{k}_2 \cdot \vec{r} + \phi_1 - \phi_2.$$

O termo $2 \vec{E}_{o1} \cdot \vec{E}_{o2} \cos \theta$ é o termo de interferência, que nos mostra que a intensidade resultante pode ser, conforme o valor de θ , maior ou menor que $I_1 + I_2$. Uma vez que θ depende de \vec{r} vão aparecer - em variações espaciais da intensidade; estas variações correspondem às franjas de interferência que se observam quando se combinam dois feixes de luz coerentes.

Se as fontes, origem das duas ondas, forem incoerentes, $\phi_1 - \phi_2$ variará, no tempo, de modo aleatório; se o intervalo de tempo de uma observação, Δt , for muito maior que o intervalo de tempo, δt , durante o qual $\phi_1 - \phi_2$ mantém o seu valor, o valor médio de $\cos \theta$ durante Δt será nulo e não se observarão figuras de interferência. Afrente-se, a título de exemplo, que para as lâmpadas de descarga em gás (lâmpadas de mercúrio, de neon...) se tem $\delta t \sim 10^{-8} \text{ s}$, e para os lasers $\delta t \sim 10^{-3} \text{ s}$.

VIII.2 - Experiência de Young

A experiência clássica de demonstração de interferência da luz foi realizada pela primeira vez por Thomas Young em 1802.

Na experiência original a luz do Sol era utilizada como fonte e passava, primeiro por um orifício S_1 , e, depois, a uma distância apreciável, por dois

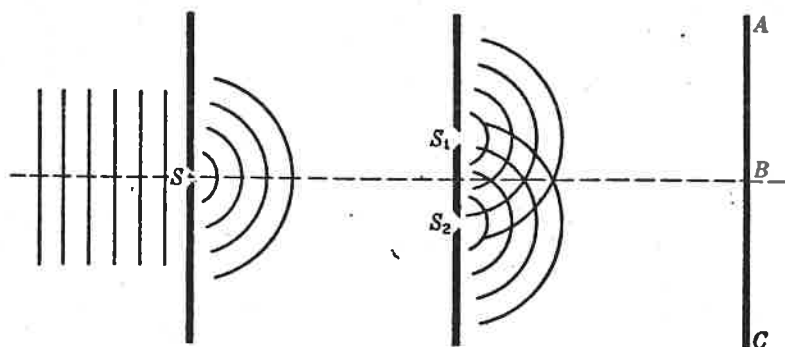


fig. VIII.1

orifícios S_1 e S_2 . Os dois conjuntos de ondas esféricas emergindo de S_1 e S_2 interferem provocando no alvo AC uma figura de intensidade variável.

A análise da experiência de Young, que nos permitirá calcular a intensidade nos pontos do alvo AC, baseia-se no cálculo da diferença de fase entre as duas ondas que chegam a cada ponto. Admitindo que as ondas são esféricas com um factor de fase do tipo $e^{i(kr - \omega t)}$, a diferença de fase, δ , no ponto P, será dada por:

$$\delta = k(d_2 - d_1) = k\Delta \quad \text{com } \Delta = d_2 - d_1$$

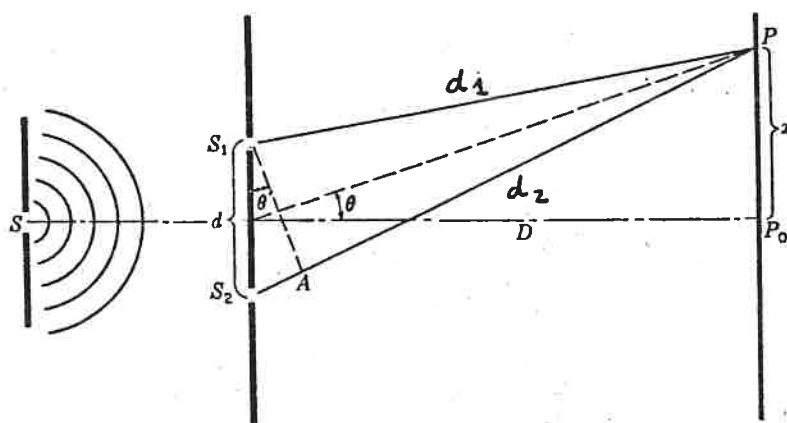


fig. VIII.2

Como os orifícios S_1 e S_2 estão simetricamente dispostos em relação a S, as ondas partem em fase desses orifícios.

Nas condições experimentais, a distância, D , do alvo ao anteparo onde se encontram S_1 e S_2 , é muito maior que a distância, d , entre os dois orifícios; nestas condições, podemos fazer as aproximações:

$$\Delta \approx d \sin \theta \approx d \frac{x}{D} \quad e \quad \delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta \approx \frac{2\pi}{\lambda} \frac{dx}{D} ;$$

os máximos de intensidade correspondem a ter:

$$\delta = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \dots, \pm 2m\pi \quad \text{com } \underline{m} \text{ inteiro}$$

ou seja: $\frac{2\pi}{\lambda} \frac{dx}{D} = 2m\pi$ donde:

$$\frac{dx}{D} = m\lambda \quad \Rightarrow \quad \underline{x = m\lambda \frac{D}{d}} ;$$

os valores mínimos de intensidade correspondem a:

$$\delta = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots, (2m+1)\pi \quad \underline{m} \text{ inteiro}$$

ou seja: $\frac{2\pi}{\lambda} \frac{dx}{D} = (2m+1)\pi$ donde:

$$\frac{dx}{D} = \frac{2m+1}{2} \lambda \quad \Rightarrow \quad \underline{x = (m + \frac{1}{2}) \lambda \frac{D}{d}} .$$

O número inteiro m que caracteriza uma franja brilhante chama-se ordem de interferência.

De acordo com as equações atrás escritas, a distância, no alvo, entre duas franjas sucessivas, que se obtêm variando m de uma unidade em qualquer das equações vale: $\lambda D/d$; esta distância, chamada interfranja, varia pois proporcionalmente a D e a λ e é inversamente proporcional à distância entre as duas origens; a determinação da interfranja permite calcular o comprimento de onda, λ , desde que as outras distâncias sejam bem conhecidas.

VIII.3 Outros dispositivos de obtenção de figuras de interferência

a) Bifurisma de Fresnel

Como se vê na figura VIII.3 o duplo prisma refrac

ta o feixe de luz proveniente da fonte S dando origem a duas feixes que parecem ter origem nas "fontes" S_1 e S_2 (fig. VIII.3).

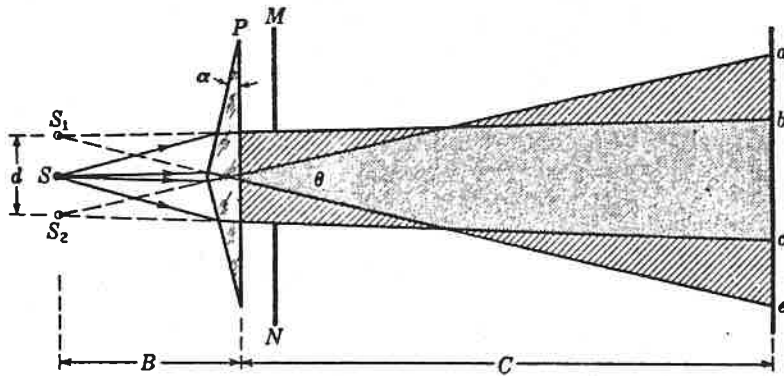


fig. VIII.3

se os anteparos M e N estão colocados na posição indicada, só haverá franjas de interferência na região bc. Este dispositivo também permite determinar o c.d.o. da luz utilizada desde que se conheçam a distância d entre as fontes virtuais, B+C entre as fontes e o alvo e a interferença Δx ; será:

$$\lambda = \frac{d \Delta x}{B+C}$$

b) Espelhos de Fresnel

Neste dispositivo a luz é reflectida em dois espelhos planos ligeiramente inclinados um em relação ao outro. Os espelhos produzem duas imagens virtuais de fonte S como se vê na fig. VIII.4. Estas imagens actuam de novo

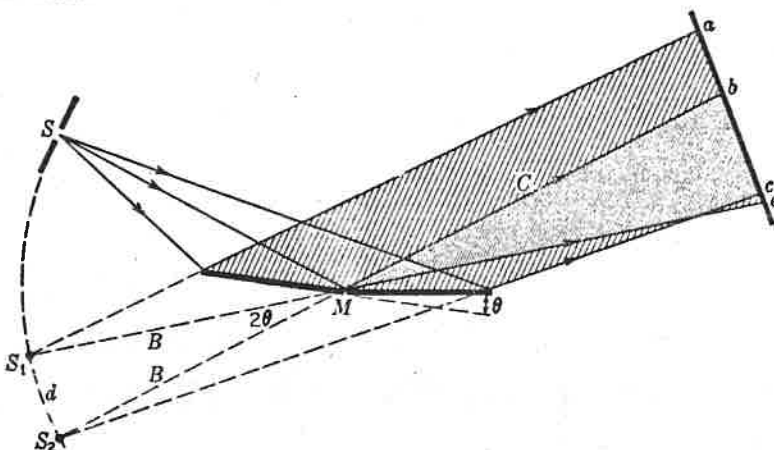


fig. VIII.4

do análogo ao das imagens formadas no biprismas e as franjas de interferência são observadas na região bc em que os feixes reflectidos se sobrepõem; aqui, também, o e.d.o., Δ , pode ser calculado pela expressão:

$$\lambda = \frac{d \Delta x}{B + C}$$

c) Espelhos de Lloyd

A interferência é produzida pela sobreposição do feixe proveniente diretamente de fenda (sem reflexão) e do

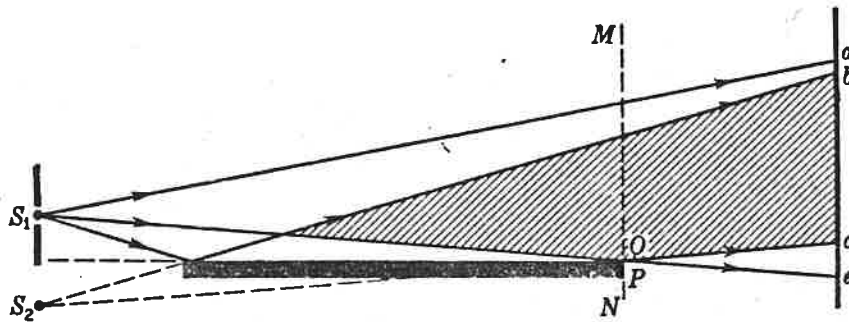


fig. VIII.5

feixe proveniente da imagem desta obtida num espelho plano (fig. VIII.5)

Todos os exemplos de dispositivos que aqui apresentámos para obter franjas de interferência são do tipo dito de "divisão da frente de onda". Outro tipo é o dito de "divisão da amplitude"; um exemplo de dispositivo deste último tipo é o interferómetro de Michelson que vamos estudar de seguida.

VIII-4 - Interferómetro de Michelson

Este interferómetro está representado esquematicamente na fig. VIII.6; a suas peças principais são dois espelhos planos M_1 e M_2 , extremamente polidos, e

e duas lâminas plano-paralelas G_1 e G_2 ; a primeira destas lâminas é levemente espelhada na sua 2ª face o que é re-

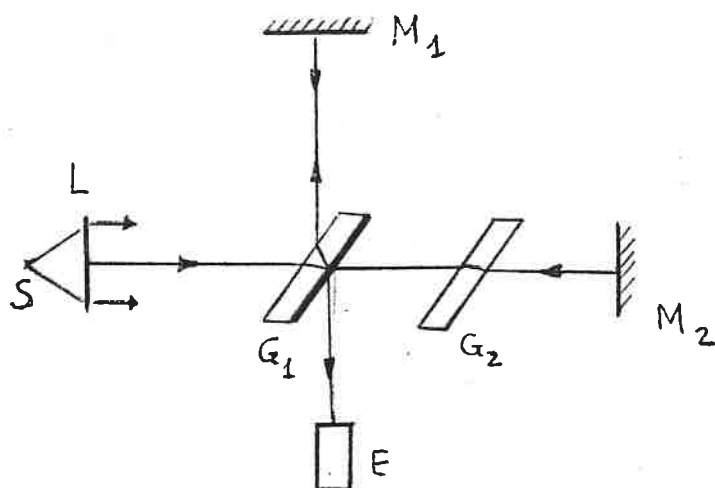


fig. VIII. 6

presentado pelo espessamento do traço. A luz, proveniente da fonte S , ao incidir na lâmina G_1 sob um ângulo de 45° é parcialmente refletida na direção do espelho M_1 e parcialmente transmitida na direção de M_2 ; há aqui, pois, uma divisão de amplitude. Em qualquer dos espelhos a luz incide segundo a normal, sendo refletida na mesma direção e sentido contrário; a luz refletida em M_1 atravessa G_1 uma terceira vez antes de atingir o dispositivo de observação E , e a refletida por M_2 , atravessa G_2 segunda vez e é refletida em G_1 para aí também atingir E . A lâmina G_2 tem por fim tornar igual o percurso no vidro para os dois raios (lâmina compensadora); isto é especialmente importante quando se trabalha com luz branca. O espelho M_1 pode mover-se paralelamente a si próprio e o espelho M_2 pode rodar de modo a tornar-se perfeitamente perpendicular a M_1 .

Da sobreposição dos dois feixes coerentes, refletidos por M_1 e M_2 , resultam franjas de interferência cujo aspecto depende da inclinação relativa dos espelhos.

- a) Espelhos perpendiculares; franjas de igual inclinação
Suponhamos que a luz incidente é monocromática.

e suporhamos o espelho real, M_2 , substituído pela sua imá-
gem virtual, M'_2 , obtida por reflexão em G_2 (fig. VIII. 7); como

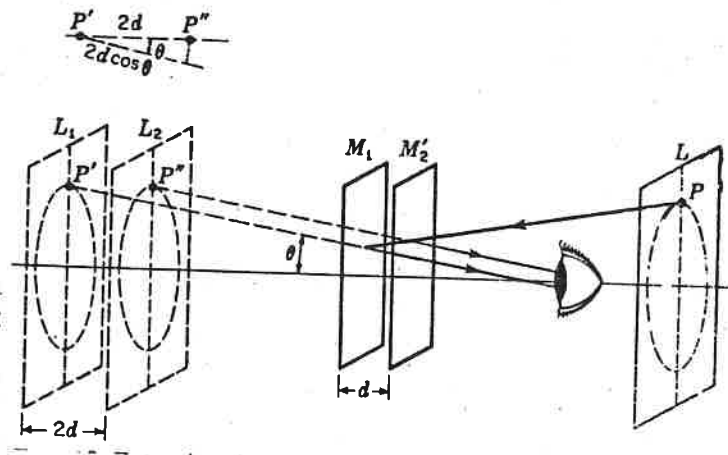


fig. VIII. 7

os espelhos M_1 e M_2 são perpendiculares, M_1 e M'_2 serão pa-
ralelos. Analogamente, a fonte extensa, L , pode considera-
-se colocada por trás do observador em imagens L_1 e L_2 obti-
das em M_1 e M'_2 . Estas fontes virtuais são coerentes, sendo a fase
de pontos correspondentes, a mesma, em cada instante. Se for
 d a separação $M_1 M'_2$, as fontes virtuais estão separadas por
 $2d$.

Se d for igual a um número inteiro de meios com-
primentos de onda, $m \frac{\lambda}{2}$, a diferença de percurso $2d$ será
igual a um número inteiro de comprimentos de onda e
todos os raios refletidos seguindo a normal aos espelhos esta-
rão em fase; os raios inclinados, porém, normalmente não
estarão em fase.

A diferença de percurso de dois raios provenientes dos
fontes P' e P'' , imagens de P , é $2d \cos \theta$ em que θ é
o ângulo de qualquer um dos raios luminosos, prove-
nientes de P' ou P'' , com o eixo. Teremos então máximos
de intensidade para os ângulos θ que satisfazem a relação:

$$(VIII. 1) \quad 2d \cos \theta = m \lambda$$

Visto que para cada conjunto de valores d , m e λ ,

o ângulo θ é constante, os máximos aparecerão na forma de círculos em torno da perpendicular aos espelhos tirada do dispositivo de observação.

Franjas de interferência do tipo das aqui apresentadas, em que a diferença de fase dos feixes que interferem é determinada pelo seu ângulo de inclinação, θ , chamam-se franjas de igual inclinação.

A expressão (VIII.1) mostra-nos que a franja de ordem zero, correspondente a um ângulo $\theta = \frac{\pi}{2}$, e que à medida que nos aproximamos do centro de figura de interferência o valor de m correspondente às sucessivas franjas é crescente, isto é, as franjas vão sendo de ordem sucessivamente mais elevada. A mesma expressão permite-nos, ainda, concluir, que, se aumentarmos d , o que se consegue movendo M_1 paralelamente a si próprio, o ângulo θ , correspondente a um dado m , aumenta, podendo, assim, ser observadas franjas de ordem cada vez mais elevada; é como se do centro de figura fossem irrompendo anéis, uns atrás dos outros.

Como no centro a condição de máximos é:

$$2d = m\lambda \quad (\cos\theta = 1)$$

fácilmente se vê que um novo anel surge quando a espessura d aumenta de $\frac{\lambda}{2}$.

Se fizermos diminuir d , aproximando o espelho M_1 de M_1' , as conclusões são contrárias, os anéis parecem ser "engolidos" no centro, e quando M_1 e M_1' coincidem, a figura de interferência desaparece porque as raíes estão em fase para todos os ângulos θ .

Na fig. VIII.8 (a-e) pode ver-se o aspecto de figuras de interferência obtidas num interferômetro de Michelson

nas condições descritas, correspondendo a figura central, (c), ao caso $d=0$ e as figuras (b) e (d) a valores de d inferiores às das figuras (a) e (e).

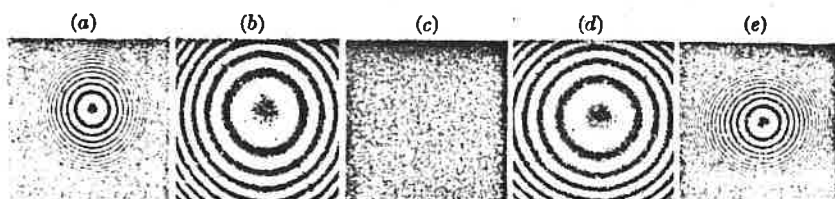


fig. VIII.8

b) Espelhos não perpendiculares; franjas de igual espessura

Se os espelhos M_2' e M_1 não estiverem perfeitamente paralelos ainda é possível observar franjas de interferência. Neste caso, o espaço entre os espelhos tem a forma de cunha e isso se pode ver na fig. VIII.9. Os dois

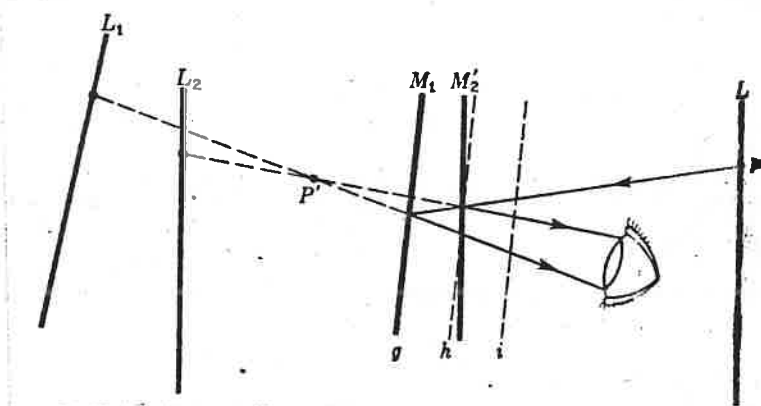


fig. VIII.9

raios luminosos que atingem o observador (correspondentes a um mesmo ponto P da fonte), já não são paralelos e parecem provir do ponto P' ; as franjas de interferência que se observam são, agora, praticamente retas, porque a variação da diferença de percurso é diretamente, sobretudo, à variação da espessura da camada de ar entre os espelhos; em efeito, em uma camada em forma de cunha, os pontos de igual espessura encontram-se ao longo de linhas retas paralelas à aresta da cunha. Note-se, no entanto, que se d tiver um valor

apreciável, as franjas não serão rigorosamente retas, porque, então, a inclinação também intervirá para a diferença de percurso.

Franjas de interferência como as que aqui nos aparecem em que a principal razão de diferença de percurso resulta duma variação de espessura, designam-se por franjas de igual espessura.

VIII. 5 - Interferências por reflexões múltiplas

Alguns dos mais belos efeitos obtidos por interferência resultam de múltiplas reflexões da luz entre duas superfícies de uma lâmina delgada de material transparente; são observadas, por exemplo, com uma fina camada de óleo na água, bolhas de sabão, etc.

a) Camada plano-paralela

Considerar-se um raio luminoso que incide numa camada plano-paralela num ponto A como se representa na fig. VIII. 10; uma parte desse raio será reflectida (raio 1)

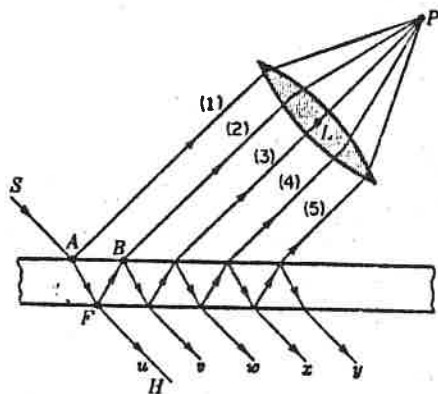


fig. VIII. 10

e outra parte reflectida na direcção AF; esta última, chegada a F e', em parte, reflectida para B, em parte reflectida para H; em B haverá nova reflexão e nova refração. A continuação deste processo dará origem a dois feixes de raios paralelos, um de cada lado da camada; em qualquer

destes feixes a intensidade diminuirá, rapidamente, de um raio para o seguinte

Se o feixe de raios paralelos (do lado "de cima" da camada, fôr levado a convergir em P , por meio da lente L , cada raio terá percorrido uma distância diferente e as diferenças de fase podem ser de modo a produzir interferências construtivas ou destrutivas.

Para calcular a diferença de fase entre estes raios vamos começar por calcular a diferença de percurso óptico (produto do índice de refração pela distância percorrida) para um par de raios sucessivos tais como (1) e (2).

Seja, como representado na fig. VIII.11, d a espessura da camada, n o seu índice de refração, λ o c.d.o. da luz e ϕ e ϕ' os ângulos de incidência e de refração.

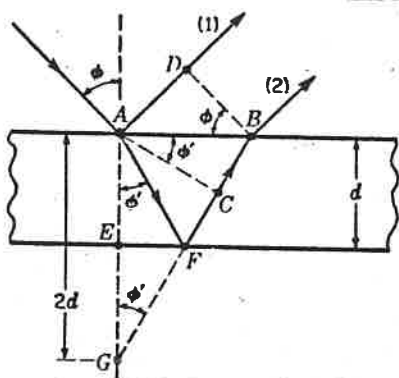


fig. VIII. 11

Se \overline{BD} fôr perpendicular ao raio (1), os percursos ópticos a partir de \underline{B} e de \underline{D} até os focos de lente serão iguais; a partir de \underline{A} , o raio (2) tem o percurso \overline{AFB} na camada e o raio (1) o percurso \overline{AD} no ar; a diferença de percursos ópticos será:

$$\Delta = n(\overline{AFB}) - \overline{AD}.$$

Se \overline{BF} fôr prolongada até intersectar a linha \overline{AE} em \underline{G} , será $\overline{AF} = \overline{GF}$, porque, os ângulos, de incidência e de reflexão, na face inferior são iguais; teremos então:

$$\Delta = n(\overline{GB}) - \overline{AD} = n(\overline{GC} + \overline{CB}) - \overline{AD}$$

Sendo a linha \overline{AC} perpendicular a \overline{FB} , as linhas \overline{AC} e \overline{DB} representam duas posições, sucessivas, duma superfície de onda; como os percursos ópticos devem ser iguais, para qualquer raio, entre duas superfícies de onda, pode escrever-se:

$$n \overline{CB} = \overline{AD}$$

ouido:

$$\Delta = n \overline{GC} = n \times 2d \cos \phi'$$

Se esta diferença de percursos ópticos for igual a um número inteiro de comprimentos de onda, era de esperar que os raios (1) e (2) chegassem, em fase, ao ponto P e produzissem um máximo de intensidade; temos, no entanto, que ter em conta, o facto de que, na reflexão na superfície de separação de um meio menos denso para um meio mais denso (de maior índice de refração) há uma mudança de fase de π , como pode ser explicado pela Óptica electromagnética; ora, o raio (1) sofre uma reflexão deste tipo, o que significa que:

$$(VIII.2) \quad 2n d \cos \phi' = m \lambda \quad \text{condição de mínimos}$$

sendo:

$$(VIII.3) \quad 2n d \cos \phi' = (m + \frac{1}{2}) \lambda \quad \text{condição de máximos}$$

Vejamos o que se passa com os raios (3), (4), (5)... Visto que a geometria é a mesma, a diferença de percurso entre os raios (3) e (2) será, também, dada por: $2nd \cos \phi'$; mas, visto que agora não há reflexão com mudança de fase, se se verificar a condição, $2nd \cos \phi' = m \lambda$, o raio (3) estará em fase com (2), e o mesmo acontecerá para os sucessivos pares.

Logo, se se verificar:

$$\underline{2nd \text{ cos } \phi' = m\lambda}, \text{ teremos } \begin{cases} (1) \text{ e } (2) \text{ em oposição de fase} \\ (2), (3), (4), \dots \text{ em fase} \end{cases}$$

se se verificar:

$$\underline{2nd \text{ cos } \phi' = (m + \frac{1}{2})\lambda} \begin{cases} (1) \text{ e } (2) \text{ em fase} \\ (3), (5), (7), \dots \text{ em oposição} \\ \text{de fase com } (2), (4), (6), \dots \end{cases}$$

Visto que (2) é mais intenso que (3), (4) mais intenso que (5), etc., estes pares não se anulam, e visto que a série mais forte está em fase com (1), que é o mais forte de todos, teremos, para:

$$\underline{2nd \text{ cos } \phi' = (m + \frac{1}{2})\lambda} \quad \underline{\text{máximo de intensidade}}$$

Vejamus o que se passa com o mínimo de intensidade. O raio (2) está em oposição de fase com (1) mas como (1) tem uma amplitude muito maior que (2) não se anulam completamente; porém, como vamos ver, a soma de (3), (4), (5), ..., todos em fase com (2), corresponde de uma amplitude que vai compensar, exactamente, a diferença de amplitudes entre (1) e (2).

Seja a a amplitude da onda incidente, r o coeficiente de reflexão (o mesmo quer na superfície superior, quer na inferior), t e t' os coeficientes de transmissão, respectivamente, na passagem do meio menos denso para o mais denso, e na passagem do meio mais denso para o menos denso; teremos, então, para as sucessivas ondas, as amplitudes representadas na fig. VIII. 12. Somando as amplitudes de todas as ondas que abandonam a face superior, excepto a primeira vinda:

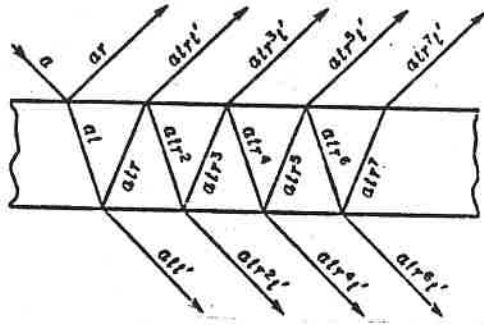


fig. VIII. 12

$$A = at \, r \, t' + a \, t \, r^3 \, t' + a \, t \, r^5 \, t' + a \, t \, r^7 \, t' + \dots$$

$$= a \, t \, r \, t' (1 + r^2 + r^4 + r^6 + \dots)$$

como $r < 1$, a série geométrica tem uma soma finita

$$S = \frac{1}{1 - r^2}, \text{ donde:}$$

$$A = a \, t \, r \, t' \frac{1}{1 - r^2};$$

ora, pode provar-se* que se tem: $t \, t' = 1 - r^2$, logo

$$A = a \, r$$

que é a amplitude do raio (1); haverá, então, interferência completamente destrutiva.

Da condição de máximos que acabámos de apurarmos, vemos que a cada franja brilhante, (um certo valor de m) corresponde um valor bem determinado de ϕ , de modo que a franja terá a forma de um arco de circunferência com centro no pé de perpendicular traçada do olho do observador para o plano de incidência; teremos, pois, franjas de igual inclinação.

* ver: "Fundamentals of Optics", F.A. JENKINS and H.E. WHITE, Mc Graw Hill, 3ª edição, pag. 208

Repare-se, que, para que se possam observar franjas de interferência, é necessário ter uma fonte estendida. Com efeito, se tivermos uma fonte puntual muito distante, teríamos apenas um valor para o ângulo de incidência, e o feixe de raios paralelos que atingiria o observador, teria apenas uma direção (a que corresponde à lei de reflexão); o observador veria, apenas, um ponto, brilhante no escuro conforme a diferença de fase correspondente a esse ângulo de incidência.

Se os raios que emergem pelo lado inferior do canal também forem levados a convergência dada, igualmente, lugar a figuras de interferência; como, neste caso, não há mudança de fase devido a reflexão, a equação:

$$\underline{2 n d \cos \phi' = m \lambda} \quad \text{é condição de } \underline{\text{máximos}}$$

e a equação:

$$\underline{2 n d \cos \phi' = (m + \frac{1}{2}) \lambda} \quad \text{é condição de } \underline{\text{mínimos}}$$

Quando se verifica a condição de máximo os raios u, v, w, ... estão todos em fase; quando se verifica a condição de mínimo estão, alternadamente, em oposição de fase. Se o coeficiente de reflexão, r, for baixo, (como no caso de vidros não espelhados), a amplitude de u é muito maior que as amplitudes de todos os outros raios, de modo que os mínimos nunca são de intensidade nula.

As intensidades, reflectida e transmitida, para um canal com coeficiente de reflexão $r=0,2$, estão representadas na fig. VIII. 13, em função de diferença de fase $\delta = k \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta$; a condição de máximo de luz transmitida (mínimo de reflectida), $\Delta = m \lambda$, corresponde a $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} m \lambda = m \times 2\pi$.

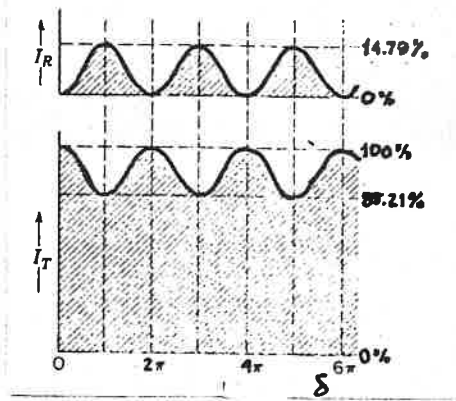


fig. VIII. 13

Como se compreende pela observação de fig. VIII. 13 as franjas de interferência no feixe transmitido serão muito menos contrastadas que no feixe reflectido.

b) Camada em forma de cunha

Se a camada não for plano-paralela, como no caso da fig. VIII. 14, os raios que interferem não são paralelos;

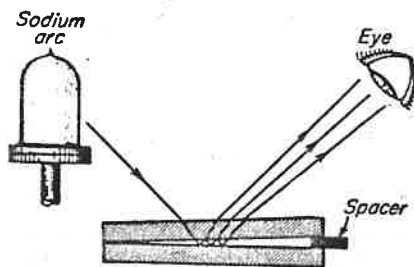


fig. VIII. 14

as franjas resultantes (semelhantes às obtidas no interferómetro de Michelson quando os espelhos não estão paralelos), se as duas superfícies não são planas (camada em forma de cunha) serão, praticamente, rectas segundo as linhas de igual espessura. A diferença de percurso para um dado feixe de raios será dada, praticamente, por $2nd \cos \phi'$, e, se nos fizermos na situação de observação praticamente segundo a normal ($\cos \phi' \approx 1$), os máximos corresponderão a:

$$2nd = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda$$

Ao passar de uma franja para a seguinte m aumenta de

uma unidade, correspondendo a uma variação $\frac{\lambda}{2}$ da espessura óptica da camada nd .

As franjas obtidas com este dispositivo, são, como se compreende do que foi dito atrás franjas de igual espessura. Têm grande interesse prático porque permitem fazer o teste do grau de perfeição de uma superfície plana; com efeito, se tivermos uma superfície perfeitamente plana e outra que o não seja, as franjas, obtidas na camada de ar entre elas, serão de forma irregular, a comparando as regiões de igual espessura, d (fig. VIII. 15).

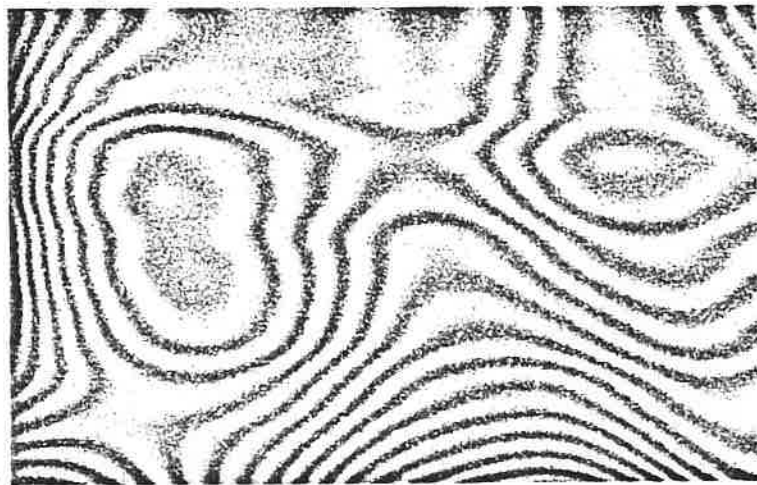


fig. VIII. 15.

c) Anéis de Newton

As franjas chamadas anéis de Newton são outro exemplo de franjas de igual espessura; são observadas na camada de ar entre uma superfície plana de vidro e a superfície esférica de uma lente convexa que contactam no ponto central; as franjas são circulares em torno do ponto de contacto.

Sendo a observação feita na perpendicular a condição de mínimo será:

$$(VIII.4) \quad 2d = m\lambda$$

($m \approx 1$ por se tratar de uma camada de ar)

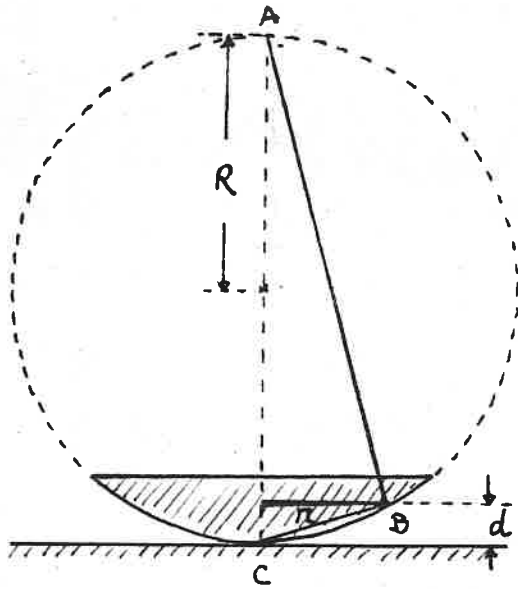


fig. VIII. 16

em relação à hipotenusa e' o meio proporcional entre os segmentos que determina na hipotenusa. Como $d \ll R$, vem:

$$2Rd \approx r^2 \quad \text{ou} \quad d \approx \frac{r^2}{2R}$$

que, substituído na equação (VIII.4), dá:

$$2 \times \frac{r_m^2}{2R} = m\lambda \quad , \quad \text{ou}$$

$$(VIII.5) \quad \lambda = \frac{r_m^2}{mR}$$

que dá o comprimento de onda de luz em função do raio, r_m , do anel escuro de ordem m .

Nas condições que acabamos de descrever a mancha central e' escura devido à mudança de fase, II, que ocorre se a reflexão e' na superfície de separação de um meio mais denso para um meio mais denso.

Thomas Young introduziu uma modificação nas experiências utilizando, na placa inferior, um material de índice de refração superior ao do da lente e enchendo o

Se for R , muito grande, o raio de curvatura da superfície esférica (fig. VIII.16), o valor de r , raio do anel de Newton que corresponde à espessura d , será dado por:

$$(2R - d) \cdot d = r^2$$

visto que, num triângulo retângulo (triângulo ABC), a altura

espaço entre elas com um óleo de índice de refração intermediário; assim, ambas as reflexões são com mudança de fase e a mancha central passa a ser brilhante.

A luz transmitida também apresenta anéis de interferência; estes anéis são complementares dos da luz refletida, sendo, portanto, a mancha central brilhante, quando na refletida ela é escura; pelas razões já apresentadas em VIII.5 a) o contraste entre os anéis escuros e brilhantes é fraco.

d) Interferômetro de Fabry-Perot

Este interferômetro utiliza interferência por reflexões múltiplas na camada de ar entre duas placas rigorosamente paralelas, parcialmente refletoras, de vidro ou quartzo, (fig. VIII.17).

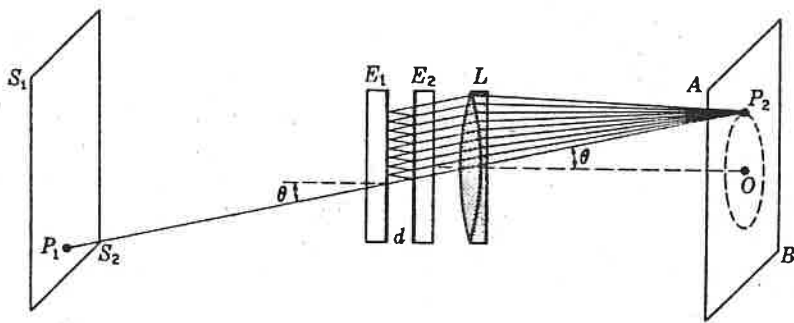


fig. VIII.17

A luz, monocromática, proveniente de fonte extensa (S_1, S_2) vai da origem, depois de múltiplas reflexões, a feixes transmitidos de raios paralelos que são levados a convergir por meio de lente L ; assim, o raio proveniente de P_1 , que incide segundo um ângulo θ , dá origem a um feixe de raios paralelos com o mesmo ângulo de inclinação, que vai convergir no ponto P_2 . A condição de máximo, será, considerando $n=1$ (para o ar),

$$2d \cos \theta = m \lambda$$

Esta condição será satisfeita por todos os pontos da circunferência que passa por P_2 e tem centro em O , intersecção do eixo da lente com o eixo. Quando θ diminuir, $\cos \theta$ aumenta até que se atin-

que um outro máximo quando m aumenta de uma unidade; vamos, assim, obter uma sucessão de anéis brilhantes com centros em O , como está representado na fig. VIII. 18.



fig. VIII. 18

FABRY-PEROT fringes.

Se a distância d entre as placas pode variar deslocando uma delas paralelamente a si própria, o dispositivo descrito designa-se por interferômetro de Fabry-Perot; se a distância d é mantida perfeitamente fixa designa-se por padrão de Fabry-Perot.

ELECTROMAGNETISMO II

Licenciaturas em Física

Ano lectivo 1986/87

Capítulo IX :

INTERFERÊNCIAS DAS ONDAS
LUMINOSAS

(Elementos de estudo de apoio
às Aulas Teóricas)

Páginas IX-1 a IX-38

INTERFERÊNCIAS DAS ONDAS LUMINOSAS

1. Introdução

Como vimos no Cap. VII — Fundamentos electromagnéticos da Óptica Geométrica —, dentro dos limites das aproximações aí adoptadas, a intensidade ao longo de um feixe luminoso varia, de ponto para ponto, na razão inversa da área da secção recta do tubo de raios luminosos. No mesmo âmbito, mas de modo mais geral, essa variação pode ser dada pela expressão (23') do § 7, Cap. VII. Assim, se o meio não fôr fortemente inhomogéneo, sendo por consequência os raios luminosos [ou as frentes de onda] curvas [ou superfícies] suficientemente regulares, poderemos garantir — a partir desse estudo, e em conformidade com os factos experimentais^(*) — que a intensidade de um feixe luminoso se apresenta de modo geral com uma distribuição espacial lentamente variável de ponto para ponto.

Porém, quando dois ou mais feixes de luz são sobrepostos, a distribuição de intensidade já não pode, em geral, ser descrita de uma maneira tão simples. Com efeito, a sobreposição linear, em cada ponto do espaço, dos campos electromagnéticos associados aos

(*) Estamos desde logo a pôr de parte as regiões divisórias de sombra-luz, em que ocorrem efeitos de difracção; e fazemos também excepção de pontos focais, que representam singularidades dos feixes de raios luminosos.

diversos feixes luminosos permite prever que não haja em geral uma sobreposição linear das intensidades dos diversos feixes, em cada ponto.

Recordemos que a intensidade luminosa, \underline{I} , se define como a média no tempo do módulo do vector de Poynting, com o significado físico de quantidade de energia que atravessa na unidade de tempo uma unidade de área normal à orientação do fluxo de energia, que é a orientação de propagação local.

Para uma onda plana tem-se $\underline{I} = a \overline{w}$ (a , velocidade de propagação; w , densidade volúmica de energia electromagnética, $w = w_e + w_m$), ou seja:

$$(1) \quad \underline{I} = c \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \cdot \overline{\vec{E}^2} \quad ;$$

e, como vimos na Cap. VII, esta relação é ainda válida, pelo menos num bom grau de aproximação, para ondas de tipo mais geral, nomeadamente para frentes de onda $S(\vec{r}) = \text{const.}$ não-planas.

Então, supondo que se sobrepõem dois feixes de luz, (1) e (2), teremos $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ e

$$(2) \quad \vec{E}^2 = \vec{E}_1^2 + \vec{E}_2^2 + 2 \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \quad ;$$

donde resulta, em cada ponto, a partir de (1):

$$(3) \quad \underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{J}_{12}$$

$$(4) \quad \text{com} \quad \underline{I}_1 = c \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \cdot \overline{\vec{E}_1^2} \quad ; \quad \underline{I}_2 = c \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \cdot \overline{\vec{E}_2^2}$$

$$(5) \quad \text{e} \quad \underline{J}_{12} = c \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \cdot \overline{\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2} \quad .$$

Obviamente, I , intensidade global correspondente ao campo $\vec{E}_1 + \vec{E}_2$, não iguala, em geral, $I_1 + I_2$. Notando que o termo adicional J_{12} pode ser positivo ou negativo (eventualmente nulo), tira-se a conclusão de que I tanto pode exceder a soma $I_1 + I_2$ como ficar inferior a $I_1 + I_2$, podendo neste caso descer até zero que é o seu valor mínimo (pois que, por (1), $I \geq 0$). Sempre que se tenha $J_{12} = 0$, virá obviamente $I = I_1 + I_2$.

Ora, a análise de diferentes situações de sobreposição de feixes luminosos põe em evidência que, ao contrário do que acontece com I_1 e I_2 (que apresentam distribuições espaciais lentamente variáveis de ponto para ponto, como acima se referiu), a quantidade J_{12} pode ser rapidamente variável de ponto para ponto, acarretando para a intensidade global I um comportamento semelhante. Adiante veremos porquê.

Isso acontece designadamente quando a luz emanada de uma fonte é dividida, mediante aparelhagem adequada e convenientemente ajustada, em dois feixes que depois são levados a sobrepor-se. A intensidade na região de sobreposição pode acusar uma rápida variação de ponto para ponto, entre máximos que excedem a soma das intensidades dos dois feixes e mínimos por vezes nulos. Adiante veremos como isso acontece.

Este fenómeno chama-se interferência da luz. O termo J_{12} , dado por (5) e intervindo em (3), designa-se por termo de interferência. Nos pontos

em que o seu valor é positivo produz-se interferência construtiva ($I > I_1 + I_2$); nos pontos em que o seu valor é negativo produz-se interferência destrutiva ($I < I_1 + I_2$).

Note-se que quando queremos comparar intensidades em diferentes pontos de um meio homogéneo — como acontece nos diversos exemplos que adiante estudaremos —, a quantidade $\overline{E^2}$ — média no tempo do quadrado do vector campo eléctrico — pode ser adoptada como medida da intensidade. Isto é, na expressão (3) tomaremos

$$(6) \quad I = \overline{E^2}, \quad I_1 = \overline{E_1^2}, \quad I_2 = \overline{E_2^2}$$

$$(7) \quad \text{e} \quad J_{12} = 2 \overline{E_1 \cdot E_2}$$

(omitindo em todos os termos o factor de proporcionalidade $c \sqrt{\epsilon/\mu}$, o mesmo nos diferentes pontos de observação).

2. Interferência de duas ondas monocromáticas

2A.— Começemos por estudar de modo geral a sobreposição de duas ondas monocromáticas na sua dependência temporal e com a mesma frequência, ω .

Convém adoptar a habitual representação complexa, mediante a relação

$$(8) \quad \vec{E}(\vec{r}, t) = \text{Real} \{ \vec{A}(\vec{r}) e^{-i\omega t} \}$$

em que o vector complexo $\vec{A}(\vec{r})$ tem componentes cartesianas dadas de modo muito geral por:

$$(9) \quad A_{\nu}(\vec{r}) = a_{\nu}(\vec{r}) e^{i\alpha_{\nu}(\vec{r})}$$

sendo $a_{\nu}(\vec{r})$ e $\alpha_{\nu}(\vec{r})$ funções de ponto, reais; a_{ν} são as amplitudes e α_{ν} as funções de fase.

Como se sabe (v. Apêndice ao Cap. VII), admitindo já que se toma a média no tempo sobre um intervalo de medição τ_m muito grande comparado com o período $T = 2\pi/\omega$ ($\tau_m \gg T$), tem-se, com (8) e (9):

$$(10) \quad \overline{\vec{E}^2} = \frac{1}{2} \vec{A} \cdot \vec{A}^* = \frac{1}{2} \sum_{\nu} a_{\nu}^2.$$

Suponhamos então que num certo ponto P se vão sobrepor duas ondas monocromáticas, cujos campos \vec{E}_1 e \vec{E}_2 , de tipo (8), têm amplitudes complexas $\vec{A}_1(\vec{r})$ e $\vec{A}_2(\vec{r})$ definidas por componentes de tipo análogo a (9). As intensidades I_1 e I_2 , dadas por (6) calcular-se-ão mediante (10):

$$(11) \quad I_1 = \frac{1}{2} \sum_{\nu} a_{1\nu}^2 \quad ; \quad I_2 = \frac{1}{2} \sum_{\nu} a_{2\nu}^2.$$

Quanto ao termo de interferência J_{12} , dado por (7), verá (cf. Apêndice ao Cap. VII):

$$(12) \quad \begin{aligned} J_{12} &= 2 \overline{\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2} = 2 \times \frac{1}{2} \text{Real} \{ \vec{A}_1 \cdot \vec{A}_2^* \} \\ &= \sum_{\nu} a_{1\nu} a_{2\nu} \cos(\alpha_{1\nu} - \alpha_{2\nu}) \end{aligned}$$

na sua expressão mais geral.

2B. — Admitamos agora, em particular, que as duas ondas em sobreposição são ambas, em cada

ponto, polarizadas linearmente. Podemos nesse caso atribuir -lhes; em cada ponto, fases iguais para as três componentes $v = x, y, z$. Ou seja:

(i) No âmbito da aproximação à Óptica Geométrica deveremos adotar em (9) funções de fase dadas por

$$(13) \quad \alpha_{2v}(\vec{r}) = k_0 S(\vec{r}) + \varphi$$

sendo aqui $S(\vec{r})$ o significado de percurso óptico vencido pela onda desde a sua fonte até o ponto de observação P (a que corresponde o vector-posição \vec{r}) e φ , constante, o significado de uma constante de fase inerente à fonte.

(ii) Para o caso de ondas planas (em meios homogêneos*) deveremos impor em (9) que cada a_{2v} é uma constante e que, além disso, $\alpha_{2v}(\vec{r})$ tem a forma $\vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi$ (\vec{k} , vector de onda; φ , constante).

Obviamente, a expressão (13) pode tomar-se como formalmente representativa das duas situações consideradas, (i) e (ii).

Nestas condições a expressão (12) vai assumir o aspecto particular

$$(14) \quad J_{12} = \cos \delta \sum_v a_{1v} a_{2v}$$

em que

$$\delta = \alpha_{1x} - \alpha_{2x} = \alpha_{1y} - \alpha_{2y} = \alpha_{1z} - \alpha_{2z}$$

(*) Neste capítulo, está sempre subjacente ao nosso estudo a suposição de que os meios são isotrópicos, lineares e não-condutores.

se pode escrever sob a forma

$$(15) \quad \delta = k_0 \Delta \mathcal{S} + (\varphi_1 - \varphi_2) .$$

Aqui, $\Delta \mathcal{S}$ representa a diferença dos percursos ópticos vencidos pelas duas ondas desde as respectivas fontes até o ponto de observação P :

$$(16) \quad \Delta \mathcal{S} = \mathcal{S}_1(\vec{r}) - \mathcal{S}_2(\vec{r}) ;$$

e $(\varphi_1 - \varphi_2)$ representa obviamente a diferença entre as constantes de fase inerentes às duas fontes. (Em conformidade com as significações atribuídas aos termos da expressão (13).)

Supondo que as duas ondas são estritamente monocromáticas, $(\varphi_1 - \varphi_2)$ é bem uma constante. Considerando então a relação (15), torna-se evidente que para um c.d.o. λ_0 suficientemente pequeno, ou seja, para um k_0 suficientemente grande, basta uma pequena variação de $\Delta \mathcal{S}$ $[\partial(\Delta \mathcal{S})]$, quando se passa de um ponto de observação \underline{P} para um outro ponto de observação vizinho de \underline{P} $[\underline{P} + \vec{\partial \underline{P}}]$, para que se produza uma variação importante de $\underline{\delta}$ $[\partial \delta = 2\pi/\lambda_0 \partial(\Delta \mathcal{S})]$ — susceptível de acarretar uma variação drástica para $\cos \delta$. Compreende-se assim que, por (14), J_{12} possa variar rapidamente de ponto para ponto, como já fora anunciado. Isso justifica que haja, ou que possa haver, interferência entre as duas ondas monocromáticas sobrepostas.

2C.— Contudo, a luz produzida por uma fonte real

munca é estritamente monocromática, mas, como nos ensina a teoria atômística, sofre flutuações irregulares quer nas amplitudes quer nas fases, flutuações estas demasiadas rápidas para serem seguidas pela visão humana ou por um detector físico ordinário. As flutuações nas duas fontes não se encontram em geral correlacionadas e daí resulta que $(\varphi_1 - \varphi_2)$ pode ter variações incontrolláveis e caóticas ao longo do tempo de medição τ_m . Duas fontes nestas condições dizem-se fontes incoerentes.

Admitindo que os intervalos de tempo Δt , durante os quais $(\varphi_1 - \varphi_2)$ se mantém constante, são muito maiores que o período T das ondas ($\Delta t \gg T$), as médias temporais atrás praticadas (expressões (10) - (12)) mantêm-se ainda válidas e asseguram a existência de interferência dentro de cada intervalo de tempo Δt . Grosso modo, podemos atribuir à ordem de grandeza destes Δt o significado de 'tempo de coerência' das duas fontes. Todavia, as flutuações aleatórias de $(\varphi_1 - \varphi_2)$ dentro do tempo de medição τ_m , sobretudo com $\Delta t \ll \tau_m$, — considerando embora que as condições da montagem experimental mantêm $k_0 \Delta \mathcal{S}$ fixo para cada ponto de observação P — conduzem a um \mathcal{S} aleatório que induz uma média estatística nula para $\cos \mathcal{S}$, e, em consequência, produz $J_{12} = 0$, e $I = I_1 + I_2$ em todos os pontos, para o tempo de medição τ_m . Isto significa que as

interferências existentes para cada Δt resultam nessas circunstâncias completamente inobserváveis.

(Sabemos bem da experiência que se não obtêm quaisquer efeitos de interferência a partir de duas fontes separadas, tais como dois filamentos incandescentes colocados lado a lado. Fontes deste tipo, bem como lâmpadas de néon ou de vapor de mercúrio, por exemplo, têm 'tempos de coerência' Δt inferiores a 10^{-8} segundos. Mesmo as modernas fontes de luz altamente monocromáticas — os lasers — a menos que se utilizem esquemas especiais de sincronização — apresentam 'tempos de coerência' da ordem de 10^{-3} segundos. Então, com fotografia rápida (tempos de exposição 10^{-3} segundos ou menores) torna-se viável fotografar figuras de interferência a partir de dois lasers separados e não-sincronizados; mas para fontes ordinárias isto é totalmente impossível. (R.B. [3]))

O método tradicional de obter fontes luminosas susceptíveis de originarem efeitos de interferência observáveis consiste em produzir artificialmente duas fontes secundárias S_1 e S_2 , mediante dispositivos ópticos sobre os quais se faz incidir a luz proveniente de uma fonte simples S . As duas fontes S_1 e S_2 , assim intimamente ligadas a uma mesma fonte simples S , têm as suas flutuações em geral correlacionadas de modo bastante preciso. Isso consegue-se na prática utilizando os dois feixes provenientes da mesma fonte, que são separados um do outro mediante arranjos especiais, e são

levados à sobreposição depois de efectuarem percursos ópticos distintos. Deve esclarecer-se que, em circunstâncias normais, com um ajuste experimental cuidadosamente realizado, se pode obter, na correlação das flutuações de fase entre as duas fontes, uma correspondência ponto-por-ponto suficientemente exacta. Então, se a fase φ_1 da vibração luminosa proveniente de um ponto Q_1 na fonte S_1 muda bruscamente de certo valor, também a fase φ_2 da vibração luminosa proveniente do ponto Q_2 correspondente na fonte S_2 variará do mesmo valor, simultaneamente. Daqui resulta que a diferença $(\varphi_1 - \varphi_2)$, para qualquer par de pontos correspondentes nas duas fontes, permanecerá sempre constante — e assim os efeitos de interferência serão estacionários (pois o carácter aleatório de $(\varphi_1 - \varphi_2)$ dentro do tempo de medição τ_m estará então completamente eliminado). Duas fontes de luz S_1 e S_2 nestas condições, dizem-se mutuamente coerentes. (*) A referida correspondência ponto-por-ponto na correlação de fase entre as duas fontes está na base da eficácia de qualquer experiência de interferência entre feixes luminosos.

(*) A correlação entre as flutuações das fontes S_1 e S_2 pode ser completa ou parcial — os dois feixes que se sobrepõem podem ser completamente coerentes, ou apenas parcialmente coerentes. Pode mostrar-se que o 'grau de correlação' que existe entre as flutuações entre dois feixes de luz, determina a 'nitidez' dos efeitos de interferência na sua sobreposição; e, inversamente, a

/...

Observe-se por fim que (R.B. [2]), enquanto para produzir fontes coerentes de luz são imprescindíveis os arranjos especiais já referidos, o mesmo não acontece com feixes de micro-ondas, i.e., ondas radio-eléctricas com c.d.o.'s da ordem de alguns centímetros (também chamadas ondas centimétricas). Tais radiações electromagnéticas são produzidas por um oscilador que emite uma onda contínua, cuja fase permanece constante durante um tempo suficientemente longo face ao tempo de observação T_m . Duas fontes de micro-ondas, independentes, (da mesma frequência) são portanto coerentes e podem ser utilizadas para demonstração experimental de interferência de duas ondas monocromáticas. Pela conveniente ordem de grandeza do seu c.d.o., tais experiências constituem uma fácil ilustração de muitos efeitos comuns de interferências no domínio óptico, cuja observação exige habitualmente montagens de muito mais difícil ajustamento.

2D.— Suponhamos o caso de duas ondas planas monocromáticas propagando-se segundo uma dada orientação \vec{s} e polarizadas linearmente em ângulo recto. Se aplicarmos o nosso conhecimento de que as ondas são transversais, i.e., que ambos os vectores \vec{E}_1 e \vec{E}_2 assentam no plano de onda, então, para que sejam polarizadas em ângulo recto, tem que cumprir-se

'mixidez' observada revela o 'grau de correlação' que existe entre as flutuações dos dois feixes. (R.B. [1])

constantemente $\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 = 0$ donde resulta que
 por (7), $J_{12} = 0$: não há neste caso qualquer
interferência (em todos os pontos de observação
 se tem sempre $I = I_1 + I_2$). [Note-se que

a mesma conclusão é válida para dois feixes de raios lu-
 minosos na aproximação da Óptica Geométrica desde
 que possuam localmente polarizações lineares em
 ângulo recto (o campo electromagnético de um raio
 luminoso tem localmente as propriedades de trans-
 versalidade de uma plana; e, como já recordámos,
 respeita a equações de média (1)).]

Esta conclusão vem perfeitamente ao encontro
 das experiências de Fresnel e Arago, em que estes
 dois físicos verificaram que duas ondas polarizadas
linearmente em ângulo recto nunca interferem, quando
sobrepostas em qualquer região do espaço.

[Deve observar-se no entanto que, no plano
 da História das Ideias em Física, estas experiências
 de Fresnel e Arago desempenharam o importante
 papel de terem demonstrado justamente o carácter
 transversal das vibrações luminosas no âmbito da
teoria ondulatória da luz (devida a Huyghens e
 desenvolvida por Fresnel). Expliquemos isso.

Digamos, para começar, que se pode chegar à
 mesma expressão (14) de J_{12} , meramente como
 uma consequência da teoria ondulatória da luz e
 sem recorrer essencialmente à teoria electromagnética
de Maxwell (repare-se que na nossa demonstração de
 (14), contida em 2A. e 2B, não se faz nenhum

uso, designadamente, do carácter transversal dos campos; só as suas propriedades ondulatórias são, de facto, utilizadas). Posto isto, na verdade, o carácter transversal das vibrações luminosas infere-se directamente da expressão (14) — no âmbito da teoria ondulatória da luz — quando se têm em conta as experiências de Fresnel e Arago. Vejamos como se estabelece essa notável inferência.

Suponhamos que as duas ondas se propagam segundo o eixo dos zz , assentando o vector luminoso da primeira no plano (xz) enquanto o vector luminoso da segunda vai assentar no plano (yz). Então $a_{1y} = 0$ e $a_{2x} = 0$; e, a partir de (14), resulta:

$$J_{12} = a_{1z} a_{2z} \cos \delta .$$

Visto que os resultados de Fresnel e Arago mostram que nenhuma interferência se verifica sob as circunstâncias específicas das suas experiências, em caso algum e com qualquer diferença de fase δ entre as duas ondas, somos forçados a concluir que $a_{1z} = 0$ e $a_{2z} = 0$, i. e., que os vectores luminosos são perpendiculares à direcção de propagação. Estava assim estabelecido o carácter transversal das ondas luminosas, no âmbito da teoria ondulatória da luz — avançado, pela 1.^a vez, por Young (1817), tendo tomado conhecimento das experiências de Fresnel e Arago (1816).

Em contrapartida, na teoria electromagnética da luz, o carácter transversal das ondas luminosas é um resultado teórico imposto pelas equações de Maxwell

às ondas planas. Assim, nesta nova perspectiva, as experiências de Fresnel e Arago, acima referidas, não constituem senão mais um dos notáveis factos experimentais a receber interpretação cabal dentro da teoria electromagnética da luz.]

2E.— Consideremos agora a distribuição de intensidade resultante da sobreposição de duas ondas monocromáticas que se propagam segundo o eixo dos zz e são polarizadas linearmente ambas com os vectores \vec{E} na direcção do eixo dos xx — para fixar ideias. Então

$$a_{1y} = a_{1z} = a_{2y} = a_{2z} = 0 \quad ;$$

de sorte que, utilizando (11) e (14), vem:

$$(17) \quad \begin{cases} I_1 = \frac{1}{2} a_{1x}^2 & I_2 = \frac{1}{2} a_{2x}^2 \\ J_{12} = a_{1x} a_{2x} \cos \delta = 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta \end{cases}$$

A intensidade global resulta então, a partir de (3):

$$(18) \quad I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta$$

Haverá obviamente máximos de intensidade para os pontos de observação que façam

$$(19-a) \quad |\delta| = 0, 2\pi, 4\pi, \dots \quad , \text{ com:}$$

$$(19-b) \quad I_{\text{máx}} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$$

E haverá mínimos de I para os pontos tais que

$$(20-a) \quad |\delta| = \pi, 3\pi, \dots \quad , \text{ com}$$

$$(20-b) \quad I_{\text{mín}} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}.$$

No caso especial de as duas ondas transportarem igual intensidade ($I_1 = I_2$), o resultado (18) reduz-se a

$$(21) \quad I = 2I_1(1 + \cos \delta) = 4I_1 \cos^2 \frac{\delta}{2}$$

e a intensidade global varia então entre um valor máximo $I_{\text{máx}} = 4I_1$ e um valor mínimo $I_{\text{mín}} = 0$, conforme a Figura 1.

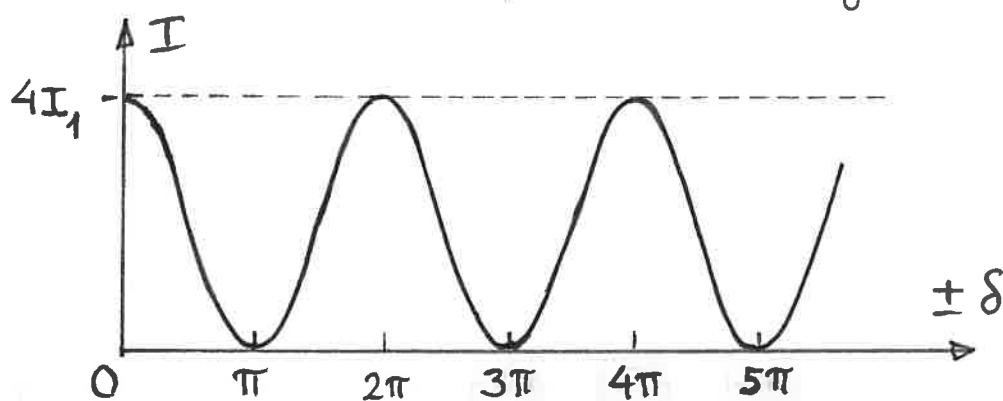


Figura 1

Note-se que, depois da discussão feita no § 2D., só há interferência efectivamente para as componentes de \vec{E}_1 e de \vec{E}_2 segundo uma mesma direcção e, por consequência, a situação agora considerada bate todas as possibilidades de interferência entre duas ondas que se propagam numa dada orientação: basta estudar a interferência das componentes ^(cada uma de) segundo duas direcções transversais à orientação de propagação e perpendiculares entre si, para poder interpretar o fenómeno global, nas diferentes situações que se apresentem.

Podem mostrar-se (R.B. [1], pag. 259) são ainda válidos para feixes de luz natural. Admitiremos isso no decurso do nosso estudo.

3. Interferências entre dois feixes resultantes de partição de frente de onda. Franjas de Young.

3A. — Experiência de Young.

A experiência clássica de demonstração de interferência da luz foi realizada pela 1ª vez por Thomas Young em 1802. A luz do Sol, originalmente utilizada como fonte passava primeiro por um orifício S e depois incidia em dois orifícios S_1 e S_2 , praticados num segundo anteparo, muito próximos um do outro. As duas ondas emergindo de S_1 e S_2 , produziam, num alvo de observação AC , colocado a uma distância muito grande face à distância S_1S_2 , iluminação de intensidade variável de ponto para ponto, ao longo da direcção paralela a S_1S_2 [(Figura 2)].

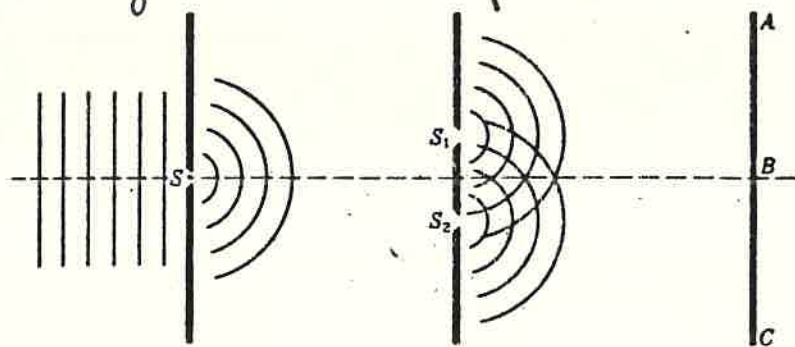
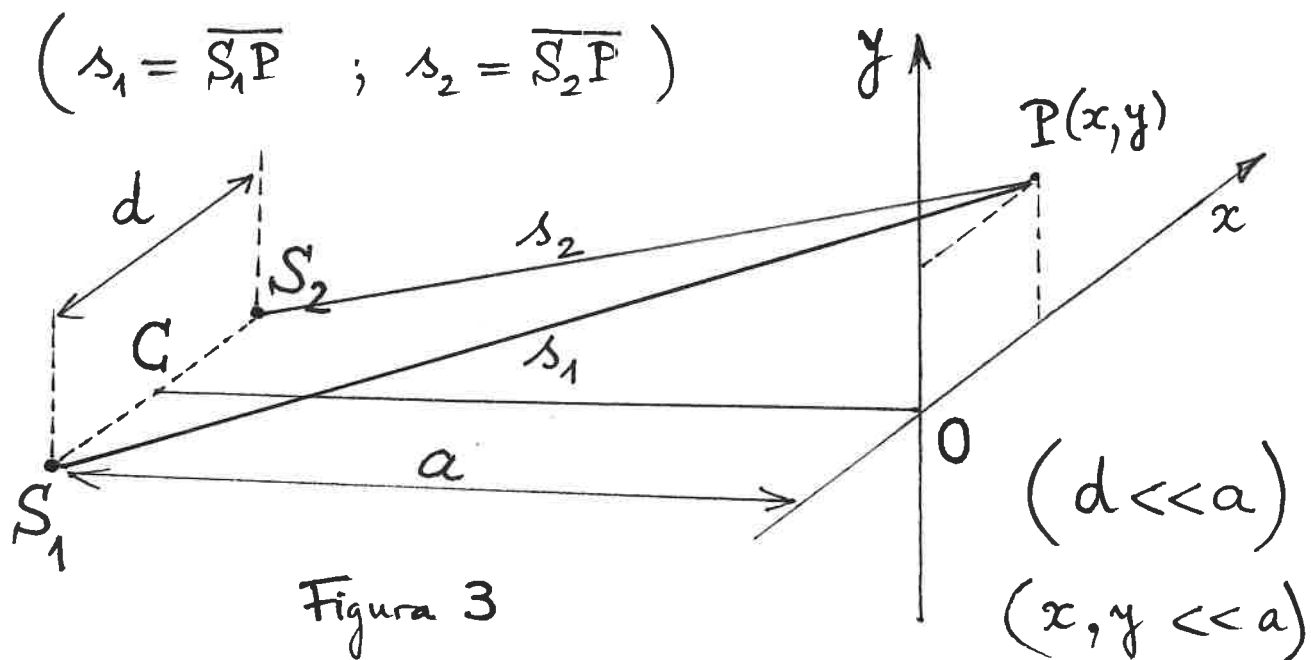


Figura 2

Na análise que vamos fazer desta experiência, suporemos que a luz proveniente de uma fonte pontual S , monocromática, incide sobre dois orifícios S_1 e S_2 muito próximos entre si — a uma distância d e equidistantes de S . Estes orifícios S_1 e S_2 vão actuar como fontes secundárias, monocromáticas, em fase (dada a equidistância a S) e originam dois feixes coerentes que interferem quando sobrepostos numa região atrás do anteparo S_1S_2 . Em ordem

à eficácia da observação de interferências, suporemos que o alvo de observação fica a uma distância a de $\overline{S_1 S_2}$ muito maior que d ($a \gg d$).

Vamos estudar a figura de interferência que se forma sobre um plano xOy normal a um eixo bissector CO de $\overline{S_1 S_2}$, sendo o eixo dos xx paralelo a $\overline{S_1 S_2}$ (Figura 3).



Tem-se : $S_1(\frac{d}{2}, 0, a)$; $S_2(-\frac{d}{2}, 0, a)$; $P(x, y, 0)$.

Vem portanto :

$$s_1 = \left[a^2 + y^2 + \left(x - \frac{d}{2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$s_2 = \left[a^2 + y^2 + \left(x + \frac{d}{2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} ;$$

donde resulta : $s_2^2 - s_1^2 = 2xd$.

Mas, porque $d \ll a$, pode praticar-se a aproximação

$$s_1 + s_2 \simeq 2a$$

A diferença de percurso geométrico pode calcular-se mediante :

$$\Delta s = s_2 - s_1 = \frac{s_2^2 - s_1^2}{s_2 + s_1} \approx \frac{2xd}{2a}, \text{ i.e.:}$$

$$(22) \quad \Delta s \approx \frac{xd}{a}$$

(Nesta aproximação, desprezam-se termos de ordem superior a d/a , x/a e y/a).

Se n é o índice de refração do meio no qual a experiência é realizada (meio que supomos homogêneo), então a diferença de percursos ópticos de S_2 e de S_1 para o ponto de observação P (Cf. expressões (16)) é dada portanto por

$$(23) \quad \Delta \mathcal{L} \approx n \Delta s = \frac{nx d}{a}$$

e a correspondente diferença de fase δ (Cf. a expressões (15)) é:

$$(24) \quad \delta \approx \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{nx d}{a} = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{xd}{a}$$

porque, sendo as fontes S_1 e S_2 coerentes e síncronas, $(\varphi_1 - \varphi_2)$ é constantemente nula.

Visto que o ângulo $\widehat{S_1 P S_2}$ é muito pequeno, por ser $d \ll a$, podemos considerar que as ondas provenientes de S_1 e S_2 se propagam na mesma direcção. De modo que a intensidade em cada ponto P de observação pode calcular-se pela expressão (18) do § 2E. De acordo com (19-a) haverá máximos de intensidade para

$$(25) \quad x = m \lambda \frac{a}{d}, \text{ com } |m| = 0, 1, 2, \dots;$$

e, de acordo com (20-a), haverá mínimos de intensidade para

$$(26) \quad x = m \lambda \frac{a}{d}, \text{ com } |m| = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots$$

Como a diferença de fase $\underline{\delta}$ é, nesta aproximação, independente de y , os máximos e os mínimos (mais geralmente, os pontos de igual intensidade) perfilam-se no plano de observação (xOy) paralelamente a Oy e a figura de interferência é portanto constituída por bandas claras e bandas escuras alternadamente, todas paralelas a Oy , ou seja todas desenvolvidas segundo direcções em ângulo recto com a direcção S_1S_2 que liga as duas fontes secundárias. (V. Figura 4)

Esta figura recebe o nome de franjas de interferência de Young ou simplesmente franjas de Young. O número inteiro m que caracteriza

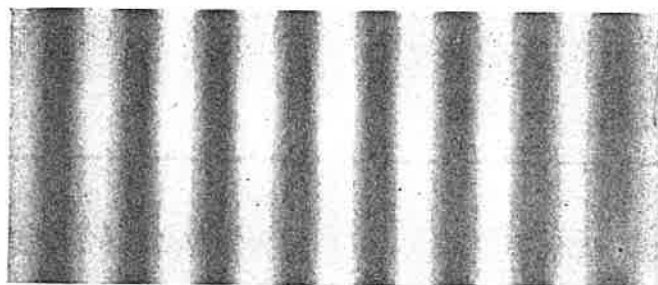


Figura 4
(Franjas de Young)

$$\begin{array}{c} \rightarrow | \leftarrow \\ \text{interfranja} \end{array} : \frac{a \lambda_0}{nd} = \frac{a \lambda}{d}$$

um máximo, i.e., o centro de uma franja brilhante (ou clara) pode designar-se por ordem de interferência. A distância entre os centros de duas franjas brilhantes consecutivas designa-se por interfranja. (V.

Figura 4). O seu valor, $\frac{a\lambda}{d}$, que resulta de tomar em (25) $|\Delta x|$, para $|\Delta m| = 1$, permite bem justificar que a figura de interferência só se torne eficazmente visível, para c.d.o.'s muito pequenos (da ordem de 1μ), se $d \ll a$; de outro modo as franjas ficariam indiscerníveis numa mancha brilhante com uma intensidade variando uniformemente sobre o alvo. Por outro lado, a determinação experimental da interfranja permite medir o c.d.o. da radiação monocromática utilizada, desde que as distâncias a e d sejam conhecidas com suficiente rigor.

A análise feita deixou bem claro que aqui se trata de um método de obtenção de feixes interferentes por partição da frente de onda do feixe primário. Neste caso, o feixe primário é dividido pela passagem através de aberturas em anteparos, dispostas lado a lado. Noutros casos, como se verá seguidamente, a frente de onda primária é fraccionada de modo diferente, por exemplo, pela interposição de duas distintas superfícies refractantes ou de duas distintas superfícies reflectoras, a seccionarem duas regiões distintas da frente de onda primária, produzindo desse modo a sua partição.

3.B. — Outros dispositivos de interferências por partição de frente de onda

1) Biprisma de Fresnel

Como se vê na figura 5-1 o duplo prisma refra-
ta o feixe de luz proveniente da fonte S dando origem a dois
feixes que parecem ter origem nas "fontes" S_1 e S_2 (fig. 5-1).

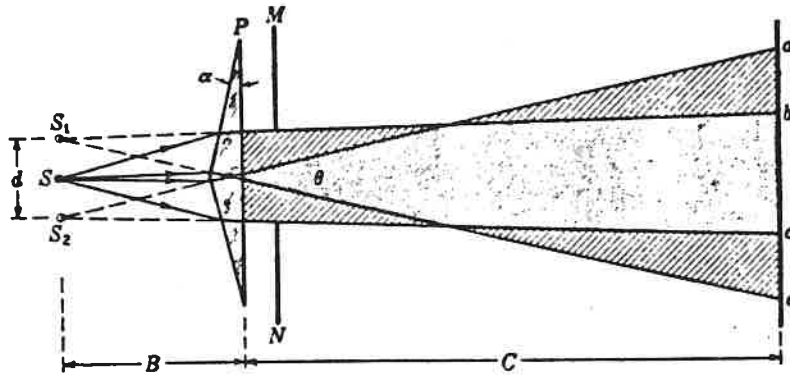


fig. 5-1

se as anteparas M e N estão colocadas na posição indicada,
só haverá franjas de interferência na região bc . Este dispo-
sitivo também permite determinar o c.d.o. da luz utili-
zando desde que se conhecem a distância d entre as
fontes virtuais, $B+C$ entre as fontes e o alvo e a interferança
 Δx ; será:

$$\lambda = \frac{d \Delta x}{B+C}$$

2) Espelhos de Fresnel

Neste dispositivo a luz é reflectida em dois espelhos
planos ligeiramente inclinados um em relação ao outro.
Os espelhos produzem duas imagens virtuais de fonte S
como se vê na fig. 5-2. Estas imagens actuam de modo

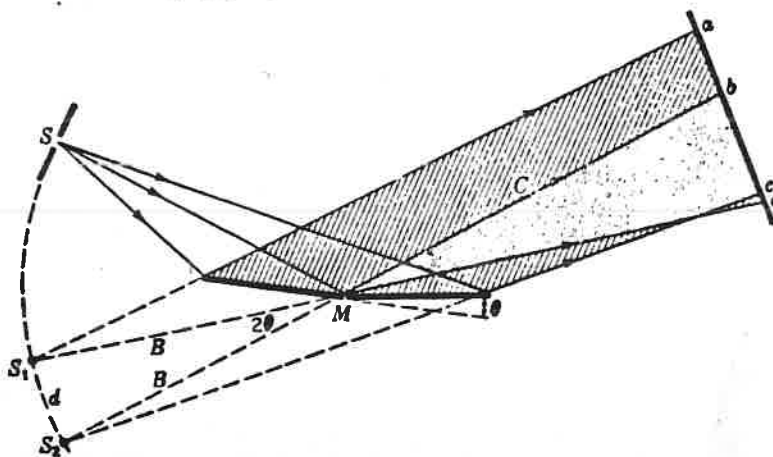


fig. 5-2

do análogo ao das imagens formadas no biprismo e as franjas de interferência são observadas na região bc em que os feixes reflectidos se sobrepoem; aqui, também, o e.d.o., λ , pode ser calculado pela expressão:

$$\lambda = \frac{d \Delta x}{B + c}$$

3) Espeelhos de Lloyd

A interferência é produzida pela sobreposição do feixe proveniente diretamente de fenda (sem reflexões) e do

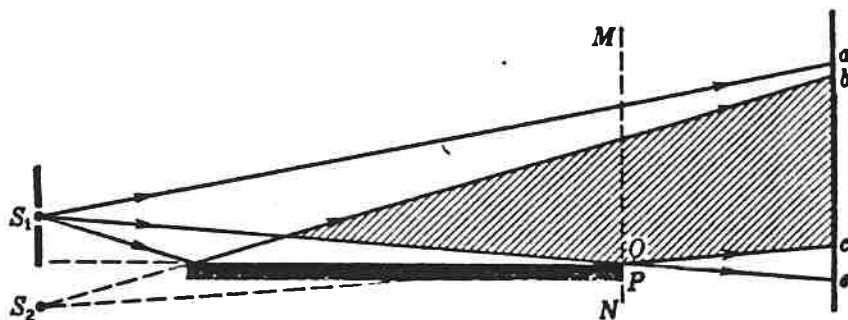


fig. 5.3

feixe proveniente da imagem desta obtida num espelho plano (fig. 5-3)

Todos os exemplos de dispositivos que aqui apresentámos para obter franjas de interferência são do tipo dito de "divisão de frente de onda". Outro tipo é o dito de "divisão de amplitude"; um exemplo de dispositivo deste último tipo é o interferómetro de Michelson que vamos estudar de seguida.

4. Interferómetro de Michelson

Este interferómetro está representado esquematicamente na figura 5.6; a suas peças principais são dois espelhos planos M_1 e M_2 , extremamente polidos, e

e duas lâminas plano-paralelas G_1 e G_2 ; a primeira destas lâminas é levemente espelhada na sua 2.^a face o que é re-

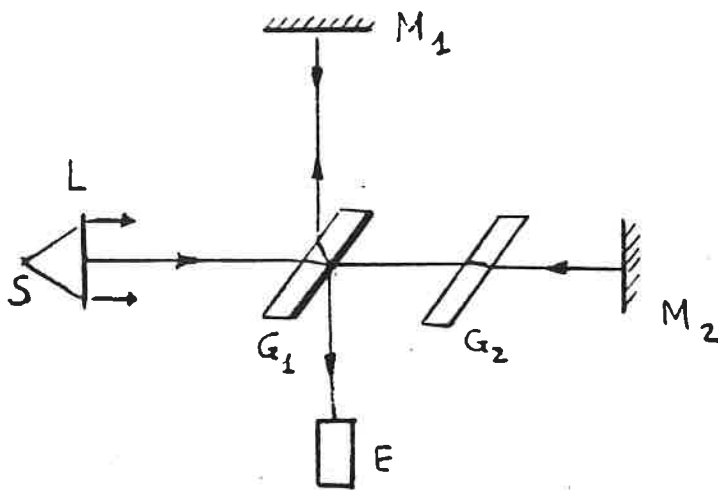


figura. 6

presentado pelo espessamento do traço. A luz, proveniente da fonte S , ao incidir na lâmina G_1 sob um ângulo de 45° é parcialmente refletida na direção do espelho M_1 e parcialmente transmitida na direção de M_2 ; há aqui, pois, uma divisão de amplitude. Em qualquer dos espelhos a luz incide segundo a normal, sendo refletida na mesma direção e sentido contrário; a luz refletida em M_1 atravessa G_1 uma terceira vez antes de atingir o dispositivo de observação E , e a refletida por M_2 , atravessa G_2 segunda vez e é refletida em G_1 para ir também atingir E . A lâmina G_2 tem por fim tornar igual o percurso no vidro para os dois raios (lâmina compensadora); isto é especialmente importante quando se trabalha com luz branca. O espelho M_1 pode mover-se paralelamente a si próprio e o espelho M_2 pode rodar de modo a tornar-se perfeitamente perpendicular a M_1 .

Da sobreposição dos dois feixes coerentes, refletidos por M_1 e M_2 , resultam franjas de interferência cujo aspecto depende da inclinação relativa dos espelhos.

- a) Espelhos perpendiculares; franjas de igual inclinação
Suponhamos que a luz incidente é monocromática

e suporhamos o espelho real, M_2 , substituído pela sua imá-
gem virtual, M'_2 , obtida por reflexão em G_2 (figura 7); como

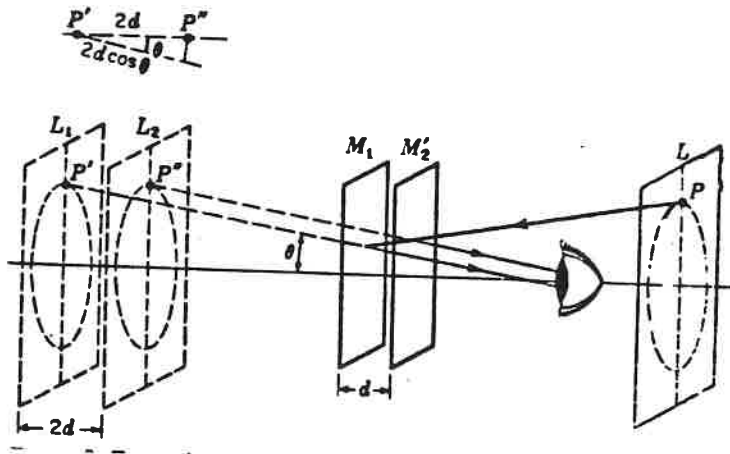


figura 7

os espelhos M_1 e M_2 são perpendiculares, M_1 e M'_2 serão pa-
ralelos. Analogamente, a fonte estesa, L , pode considera-
-se colocada por trás do observador com imagens L_1 e L_2 obti-
das em M_1 e M'_2 . Estas fontes virtuais são coerentes, sendo a fase
de pontos correspondentes, a mesma, em cada instante. Se for
 d a separação $M_1 M'_2$, as fontes virtuais estão separadas por
 $2d$.

Se d for igual a um número inteiro de meios com-
primentos de onda, $m \frac{\lambda}{2}$, a diferença de percurso $2d$ será
igual a um número inteiro de comprimentos de onda e
todos os raios refletidos segundo a normal aos espelhos esta-
rão em fase; os raios inclinados, porém, normalmente não
estarão em fase.

A diferença de percurso de dois raios provenientes dos
fontes P' e P'' , imagens de P , é $2d \cos \theta$ em que θ é
o ângulo de qualquer um dos raios luminosos, prove-
nientes de P' ou P'' , com o eixo. Teremos então máximos
de intensidade para os ângulos θ que satisfazem a relação:

$$(27) \quad 2d \cos \theta = m \lambda$$

Visto que para cada conjunto de valores d , m e λ ,

O ângulo θ é constante, os máximos aparecerão na forma de círculos em torno do perpendicular aos espelhos tirado do dispositivo de observação.

Franjas de interferência do tipo das aqui apresentadas, em que a diferença de fase dos feixes que interferem é determinada pelo seu ângulo de inclinação, θ , chamam-se franjas de igual inclinação.

A expressão (27) mostra-nos que a franja de ordem zero, corresponde a um ângulo $\theta = \frac{\pi}{2}$, e que à medida que nos aproximamos do centro de figura de interferência o valor de m correspondente às sucessivas franjas é crescente, isto é, as franjas vão sendo de ordem sucessivamente mais elevada. A mesma expressão permite-nos, ainda, concluir, que, se aumentarmos d , o que se consegue movendo M_1 paralelamente a si próprio, o ângulo θ , correspondente a um dado m , aumenta, podendo, assim, ser observadas franjas de ordem cada vez mais elevada; é como se do centro de figura fossem irrompendo anéis, uns atrás dos outros.

Como no centro a condição de máximos é:

$$2d = m\lambda \quad (\cos\theta = 1)$$

fácilmente se vê que um novo anel surge quando a espessura d aumenta de $\frac{\lambda}{2}$.

Se fizermos diminuir d , aproximando o espelho M_1 de M_2' , as conclusões são contrárias, os anéis parecem ser "engolidos" no centro, e quando M_1 e M_2' coincidem, a figura de interferência desaparece porque os raios estão em fase para todos os ângulos θ .

Na figura 8 (a-e) pode ver-se o aspecto de figuras de interferência obtidas num interferômetro de Michelson.

nas condições descritas, correspondendo a figura central, (c), ao caso $d=0$ e as figuras (b) e (d) a valores de d inferiores aos das figuras (a) e (e).

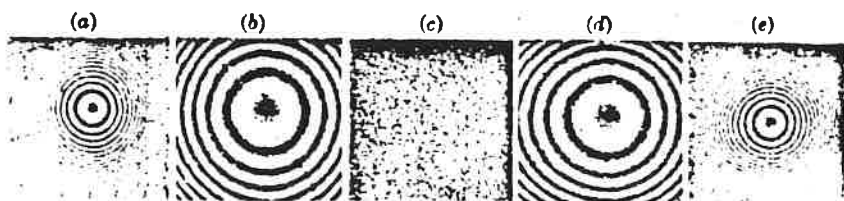


figura 8

b) Espelhos não perpendiculares; franjas de igual espessura

Se os espelhos M_2' e M_1 não estiverem perfeitamente paralelos ainda é possível observar franjas de interferência. Neste caso, o espaço entre os espelhos tem a forma de cunha como se pode ver na figura 9. Os dois

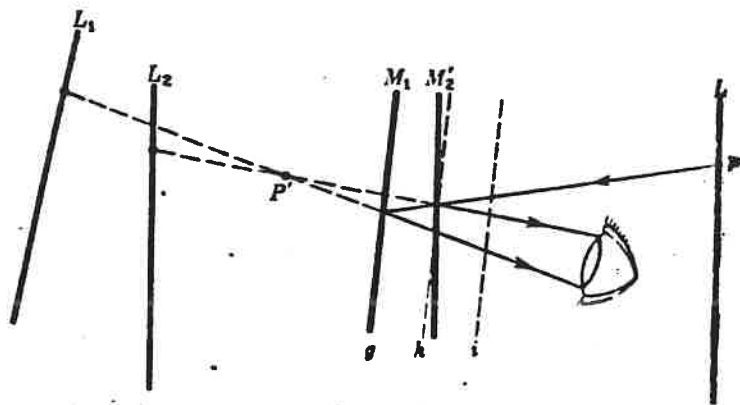


figura 9

raios luminosos que atingem o observador (correspondentes a um mesmo ponto P da fonte), já não são paralelos e parecem provir do ponto P' ; as franjas de interferência que se observam são, agora, praticamente retas, porque a variação da diferença de percurso é devida, sobretudo, à variação de espessura da camada de ar entre os espelhos; em efeito, em uma camada em forma de cunha, os pontos de igual espessura encontram-se ao longo de linhas retas paralelas à aresta da cunha. Note-se, no entanto, que se d tiver um valor

apreciável, as franjas não serão rigorosamente retas, porque, entã, a inclinação também intervém para a diferença de percurso.

Franjas de interferência como as que aqui nos aparecem em que a principal razão de diferença de percurso resulta dumã variação de espessura, designam-se por franjas de igual espessura.

VIII. 5. Interferências por reflexões múltiplas

Alguns dos mais belos efeitos obtidos por interferência resultam de múltiplas reflexões da luz entre duas superfícies de uma lâmina delgada de material transparente; são observadas, por exemplo, em uma fina camada de óleo na água, bolões de sabão, etc.

a) Camada plano-paralela

Consideremos um raio luminoso que incide numa camada plano-paralela num ponto A como se representa na figura 10; uma parte desse raio será reflectida (raio 1)

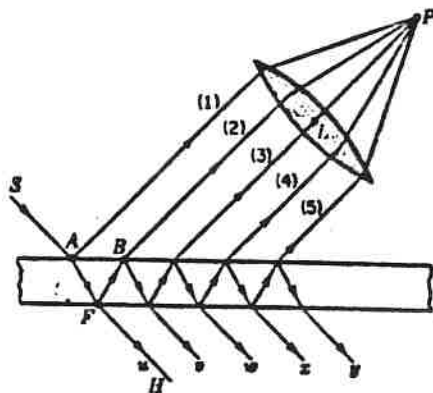


figura 10

e outra parte reflectida na direcção AF; este último, chegado a F é, em parte, reflectido para B, em parte reflectido para H; em B haverá nova reflexão e nova refração. A continuação deste processo dará origem a dois feixes de raios paralelos, um de cada lado da camada; em qualquer

destes feixes a intensidade diminuirá, rapidamente, de um raio para o seguinte.

Se o feixe de raios paralelos (do lado "de cima" da camada, for levado a convergir em P , por meio da lente L , cada raio terá percorrido uma distância diferente e as diferenças de fase podem ser de modo a produzir interferências construtivas ou destrutivas.

Para calcular a diferença de fase entre estes raios vamos começar por calcular a diferença de percurso óptico (produto do índice de refração pela distância percorrida, para um par de raios sucessivos tais como (1) e (2).

Seja, como representado na figura 11, d a espessura da camada, n o seu índice de refração, λ o c.d.o. da luz e ϕ e ϕ' os ângulos de incidência e de refração.

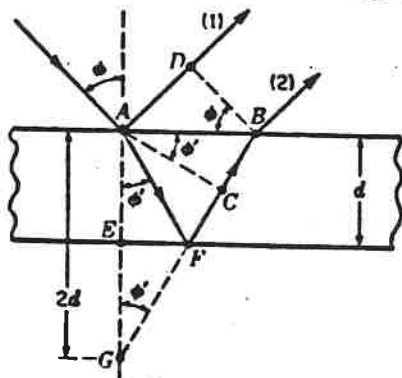


figura 11

Se \overline{BD} for perpendicular ao raio (1), os percursos ópticos a partir de \underline{B} e de \underline{D} até ao foco da lente serão iguais; a partir de \underline{A} , o raio (2) tem o percurso \overline{AFB} na camada e o raio (1) o percurso \overline{AD} no ar; a diferença de percursos ópticos será:

$$\Delta = n(\overline{AFB}) - \overline{AD}.$$

Se \overline{BF} for prolongado até intersectar a linha \overline{AE} em \underline{G} , será $\overline{AF} = \overline{GF}$, porque, os ângulos, de incidência e de reflexão, no face inferior são iguais; teremos então:

$$\Delta = n(\overline{GB}) - \overline{AD} = n(\overline{GC} + \overline{CB}) - \overline{AD}$$

Sendo a linha \overline{AC} perpendicular a \overline{FB} , as linhas \overline{AC} e \overline{DB} representam duas posições, sucessivas, de uma superfície de onda; como os percursos ópticos devem ser iguais, para qualquer raio, entre duas superfícies de onda, pode escrever-se:

$$n \overline{CB} = \overline{AD}$$

ouido:

$$\Delta = n \overline{GC} = n \times 2d \cos \phi'$$

Se esta diferença de percursos ópticos for igual a um número inteiro de comprimentos de onda, era de esperar que os raios (1) e (2) chegassem, em fase, ao ponto P e produzissem um máximo de intensidade; temos, no entanto, que ter em conta, o facto de que, na reflexão na superfície de separação de um meio menos denso para um meio mais denso (de maior índice de refração) há uma mudança de fase de π , como pode ser explicado pela Óptica electromagnética, ora, o raio (1) sofre uma reflexão deste tipo, o que significa que:

$$(28) \quad 2n d \cos \phi' = m \lambda \quad \text{condição de mínimos}$$

sendo:

$$(29) \quad 2n d \cos \phi' = (m + \frac{1}{2}) \lambda \quad \text{condição de máximos}$$

Vejamos o que se passa com os raios (3), (4), (5)..
Visto que a geometria é a mesma, a diferença de percursos entre os raios (3) e (2) será, também, dada por: $2n d \cos \phi'$ mas, visto que agora não há reflexão com mudança de fase, se se verificar a condição, $2n d \cos \phi' = m \lambda$, o raio (3) estará em fase com (2), e o mesmo acontecerá para os sucessivos pares.

Logo, se se verificar

$$\underline{2nd \cos \phi' = m\lambda}, \text{ teremos } \begin{cases} (1) \text{ e } (2) \text{ em oposição de fase} \\ (2), (3), (4), \dots \text{ em fase} \end{cases}$$

se se verificar:

$$\underline{2nd \cos \phi' = (m + \frac{1}{2})\lambda} \begin{cases} (1) \text{ e } (2) \text{ em fase} \\ (3), (5), (7), \dots \text{ em oposição} \\ \text{de fase com } (2), (4), (6), \dots \end{cases}$$

Visto que (2) é mais intenso que (3), (4) mais intenso que (5), etc., estes pares não se anulam, e visto que a série mais forte está em fase com (1), que é o mais forte de todos, teremos, para:

$$\underline{2nd \cos \phi' = (m + \frac{1}{2})\lambda} \quad \underline{\text{máximo de intensidade}}$$

Vejamus o que se passa em o mínimo de intensidade. O raio (2) está em oposição de fase com (1) mas como (1) tem uma amplitude muito maior que (2) não se anulam completamente; porém, como vamos ver, a soma de (3), (4), (5), ..., todos em fase com (2), corresponde de uma amplitude que vai compensar, exactamente, a diferença de amplitudes entre (1) e (2).

Seja a a amplitude da onda incidente, r o coeficiente de reflexão (o mesmo quer na superfície superior, quer na inferior), t e t' os coeficientes de transmissão, respectivamente, na passagem do meio menos denso para o mais denso, e na passagem do meio mais denso para o menos denso; teremos, então, para as sucessivas ondas, as amplitudes representadas na figura 12.

Somando as amplitudes de todas as ondas que abandonam a face superior, excepto o primeiro raio:

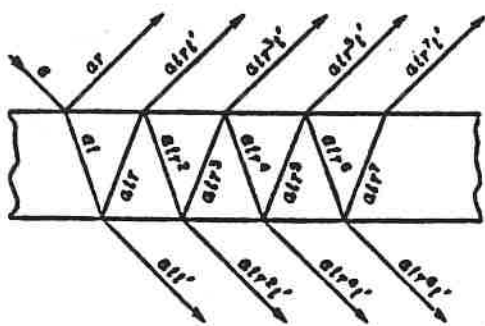


figura 12

$$A = at \, r \, t' + a \, t \, r^3 \, t' + a \, t \, r^5 \, t' + a \, t \, r^7 \, t' + \dots$$

$$= a \, t \, r \, t' (1 + r^2 + r^4 + r^6 + \dots)$$

como $r < 1$, a série geométrica tem uma soma finita

$$S = \frac{1}{1 - r^2}, \text{ donde:}$$

$$A = a \, t \, r \, t' \frac{1}{1 - r^2};$$

ora, pode provar-se* que se tem: $t \, t' = 1 - r^2$, logo

$$A = a \, r$$

que é a amplitude do raio (1); havendo, então, interferência completamente destrutiva.

Da condição de máximos que acabamos de apresentar, vemos que a cada franja brilhante, (um certo valor de m) corresponde um valor bem determinado de ϕ , de modo que a franja tem a forma de um arco de circunferência com centro no pé de perpendicular traçada do olho do observador para o plano de incidência; temos, pois, franjas de igual inclinação.

* ver: "Fundamentals of Optics", F.A. JENKINS and H.G. WHITE, Mc Graw Hill, 3ª edição, pag. 208

Repare-se, que, para que se possam observar franjas de interferência, é necessário ter uma fonte estendida. Com efeito, se tivermos uma fonte puntual muito distante, teríamos apenas um valor para o ângulo de incidência, e o feixe de raios paralelos que atingiria o observador, teria apenas uma direção (a que corresponde à lei de reflexão); o observador veria, apenas, um ponto, brilhante no escuro conforme a diferença de fase correspondente a esse ângulo de incidência.

Se os raios que emergem pelo lado inferior da camada também forem levados a convergir para o, igualmente, teremos as figuras de interferência; como, neste caso, não há mudança de fase devido à reflexão, a equação:

$$\underline{2 n d \cos \phi'_+ = m \lambda} \quad \text{é condição de } \underline{\text{máximos}}$$

e a equação:

$$\underline{2 n d \cos \phi'_- = (m + \frac{1}{2}) \lambda} \quad \text{é condição de } \underline{\text{mínimos}}$$

Quando se verifica a condição de máximo os raios \underline{u} , \underline{v} , \underline{w} , estão todos em fase; quando se verifica a condição de mínimo estão, alternadamente, em oposição de fase. Se o coeficiente de reflexão, \underline{r} , for baixo, (como no caso de vidros não espelhados), a amplitude de \underline{u} é muito maior que as amplitudes de todos os outros raios, de modo que os mínimos nunca são de intensidade nula.

As intensidades, reflectida e transmitida, para uma camada com coeficiente de reflexão $\underline{r} = 0,2$, estão representadas na figura 13, em função de diferença de fase $\underline{\delta} = \kappa \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta$; a condição de máximo de luz transmitida (mínimo de reflectida), $\Delta = m \lambda$, corresponde a $\underline{\delta} = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} m \lambda = m \times 2\pi$.

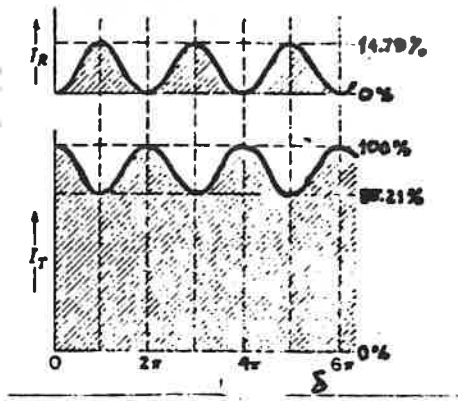


figura 13

Como se compreende pela observação de fig. VIII-13 as franjas de interferência no feixe transmitido serão muito menos contrastadas que no feixe reflectido.

b) Camada em forma de cunha

Se a camada não for plano-paralela, como no caso da figura 14, os raios que interferem não são paralelos;

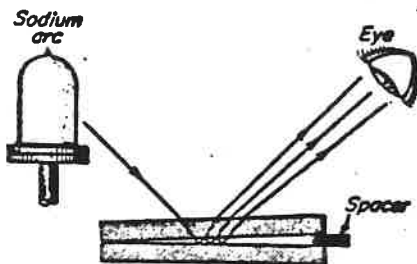


figura 14

as franjas resultantes (semelhantes às obtidas no interferómetro de Michelson quando os espelhos não estão paralelos), se as duas superfícies não são planas (camada em forma de cunha), serão, praticamente, rectas seguindo as linhas de igual espessura. A diferença de percurso para um dado par de raios será dada, praticamente, por $2nd \cos \phi'$, e, se nos fizermos na situação de observação praticamente seguindo a normal ($\cos \phi' \approx 1$), os máximos correspondem a:

$$2nd = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda$$

Ao passar de uma franja para a seguinte m aumenta de

uma unidade, correspondendo a uma variação $\frac{\lambda}{2}$ da espessura óptica da camada $n d$.

As franjas obtidas com este dispositivo, são, como se compreende do que foi dito atrás franjas de igual espessura. Tem grande interesse prático porque permitem fazer o teste do grau de perfeição de uma superfície plana; com efeito, se tivermos uma superfície perfeitamente plana e outra que o não seja, as franjas, obtidas no camada de ar entre elas, serão de forma irregular, acompanhando as regiões de igual espessura, d (figura 15).

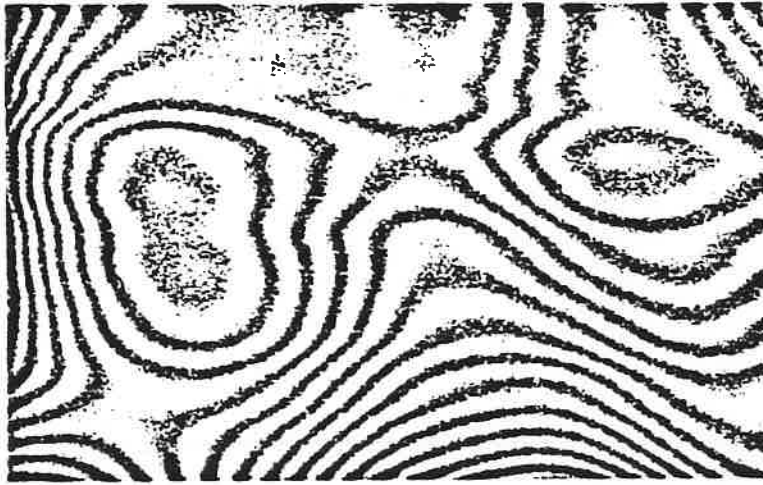


figura 15.

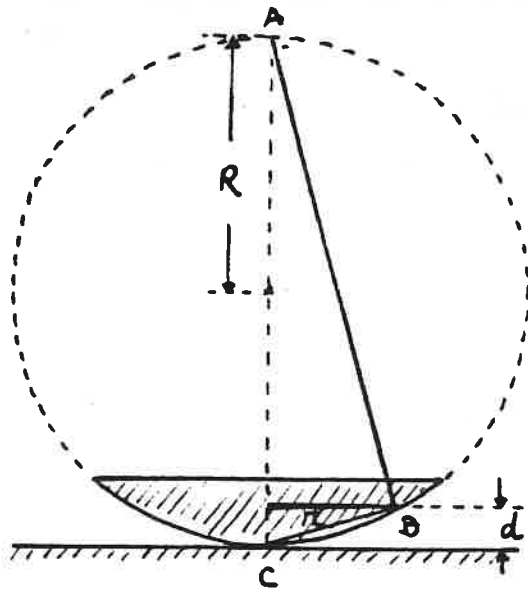
c) Anéis de Newton

As franjas chamadas anéis de Newton são outro exemplo de franjas de igual espessura; são observadas no camada de ar entre uma superfície plana de vidro e a superfície esférica de uma lente convexa que contactam no ponto central; as franjas são circulares em torno do ponto de contacto.

Sendo a observação feita na perpendicular a condição de mínimos será:

$$(30) \quad 2d = m \lambda$$

($m \approx 1$ por se tratar de uma camada de ar)



Se for R , muito grande, o raio de curvatura da superfície esférica (figura 16), o valor de r , raio do anel de Newton que corresponde à espessura d , será dado por:

$$(2R - d) \cdot d = r^2$$

figura 16

em relação à hipotenusa e é o meio proporcional entre os segmentos que determina na hipotenusa. Como $d \ll R$, vem:

$$2Rd \approx r^2 \quad \text{ou} \quad d \approx \frac{r^2}{2R}$$

que, substituído na equação (30), dá:

$$2 \times \frac{r_m^2}{2R} = m \lambda \quad , \quad \text{ou}$$

$$(31) \quad \lambda = \frac{r_m^2}{mR}$$

que dá o comprimento de onda de luz em função do raio, r_m , do anel escuro de ordem m .

Nas condições que acabamos de descrever a mancha central é escura devido à mudança de fase, π , que ocorre se a reflexão é na superfície de separação de um meio mais denso para um meio mais denso.

Thomas Young introduziu uma modificação nas experiências utilizando, na placa inferior, um material de índice de refração superior ao do da lente e enchendo o

espaço entre elas com um óleo de índice de refração intermediário; assim, ambas as reflexões são com mudança de fase e a mancha central ficará a ser brilhante.

A luz transmitida também apresenta anéis de interferência; estes anéis são complementares dos da luz refletida, sendo, portanto, a mancha central brilhante, quando na refletida ela é escura; pelas razões já apresentadas em

5.a) o contraste entre os anéis escuros e brilhantes é fraco.

d) Interferômetro de Fabry-Perot

Este interferômetro utiliza interferências por reflexão múltipla na camada de ar entre duas placas rigorosamente paralelas, parcialmente refletoras, de vidro ou quartzo, (figura 17).

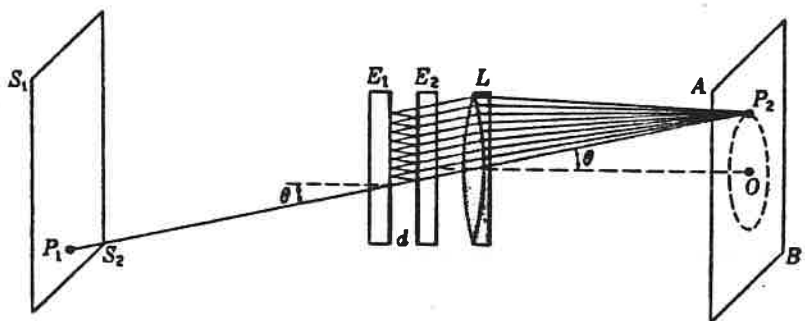


figura 17

A luz, monocromática, proveniente de fonte extensa (S_1, S_2) vai do origem, depois de múltiplas reflexões, a feixes transmitidos de raios paralelos que são levados a convergir por meio de lente L; assim, o raio proveniente de P_2 , que incide segundo um ângulo θ , dá origem a um feixe de raios paralelos com o mesmo ângulo de inclinação, que vai convergir no ponto P_2 . A condição de máximo, isto é, considerando $n=1$ (para o ar),

$$2d \cos \theta = m \lambda$$

Esta condição será satisfeita por todos os pontos de circunferência que passe por P_2 e tem centro em O , interseção do eixo de lente com o eixo. Quando θ diminuir, $\cos \theta$ aumenta até que se atin-

ge um outro máximo quando m aumenta de uma unidade; ou seja, assim, obter uma sucessão de anéis brilhantes com centros em O , como está representado na figura 18.



figura 18

FABRY-PEROT fringes.

Se a distância d entre as placas pode variar deslocando uma delas paralelamente a si própria, o dispositivo descrito designa-se por interferômetro de Fabry-Perot; se a distância d é mantida perfeitamente fixa designa-se por grades de Fabry-Perot.

(R.B.)

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] - Max BORN & Emil WOLF, Principles of Optics (Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light) 4th Edition, 1970
- [2] - Francis A. JENKINS & Harvey E. WHITE, Fundamentals of Optics 4th Edition, 1976
- [3] - Miles V. KLEIN, Optics, 1970

